

ДОИ 10.7251/NSK1801030Z

УДК 371.3::51

Оригинални научни рад

Марина Зубац

Свеучилиште у Мостару, Факултет природословно-математичких и одгојних
знаности Мостар

Драгица Милинковић¹

Универзитет у Источном Сарајеву, Педагошки факултет Бијељина

Јасна Богдановић Чурић

Универзитет у Источном Сарајеву, Академија ликовних умјетности Требиње

ОБЛИЦИ И НАЧИНИ РАДА МЕТОДЕ ИЛУСТРАТИВНИХ РАДОВА У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

***Апстракт:** Увидом у литературу и практични рад наставника уочавају се различити облици методе илустративних радова који се примјењују у настави математике. Метода илустративних радова омогућава да се сложене појаве и процеси визуелизују и поједноставе у циљу бољег и лакшег разумијевања, а садржаји запамте и постану трајна својина ученика. Она помаже у приказивању битних обиљежја предмета и појава и занемаривању небитних детаља чиме се пажња ученика усмјерава на оно што је најважније. У настави математике њена улога је у визуелном представљању математичких идеја и информација у процесу преласка са конкретног на апстрактне форме мишљења. Визуелним представама се комбинују аспекти природних репрезентација са формалним облицима како би се повећало когнитивно разумијевање. Оне омогућавају учење помоћу опажајног апстраховања, подстичу мисаоно ангажовање и повећавају степен тачности посматрања. Примјена визуелизације доприноси развоју перцептивних способности, увјежбавању тачности и уредности и развијању графичких способности.*

У овом раду акценат је на предностима и слабостима методе илустративних радова у настави математике. У том смислу, циљ рада јесте да се методом теоријске анализе, кроз доступну публиковану стручну и научну литературу, презентују начини рада и облици методе илустративних радова у настави математике.

***Кључне ријечи:** метода илустративних радова, настава математике, облици и начини рада, предности и слабости.*

Увод

Ријеч метода је грчког поријекла (methodos), што у преводу значи пут, начин излагања, смишљен и плански поступак. Под методом се подразумијевају и начини и поступци који се примјењују да би се остварио одређени циљ.

¹ sadra@teol.net

У науци, метода представља пут утврђивања научних чињеница (Бркић и Томић, 2017). Избор методе зависи од својства неке активности и циља који се жели остварити. Ако је погрешан избор методичког поступка, тада је циљ тешко остварити. Другим ријечима, свака смишљена дјелатност има одређене путеве, начине рада како би остварила своје резултате и циљеве.

Као што је познато, наставна дјелатност се разликује од осталих облика дјелатности; она има и специфичне методе које користи у свом раду. „Наставна метода је пут поступања наставника и ученика у савладавању одређеног градива и развијању способности” (Лекић, 1993, стр. 21).

Методe у настави

Плетенац (1991, стр. 79) наводи да се „наставне методе дефинишу као путеви или начини заједничког рада наставника и ученика у наставном процесу помоћу којих ученици стичу нова знања и развијају психофизичке способности”.

Амерички психолог Гаге (Gage, 1978) о наставној методи каже да је то повратни модел понашања наставника, примјенљив на разне наставнике у вези са поучавањем и учењем. Његова су усмјеравања упућена у слjedeће правце: информацијске процесе, социјалне интерпретације, личне карактеристике ученика и промјене у понашању.

Наставне методе су начини рада у настави, а учесници наставног процеса су и наставник и ученик; према томе свака метода има двоструко значење, односно усмјерена је на начин рада и ученика и учитеља. То значи да су „наставне методе саставни дио наставног рада на свим дијеловима процеса и то увијек у њиховој двостраности с обзиром на наставника и ученика” (Пољак, 1985, стр. 74).

„Наставна метода је научно верификован начин на који ученици, под руководством наставника, у наставном процесу стичу знања, вјештине и навике, примјењују их у пракси, развијају своје психофизичке способности и интересовања” (Вилоотијевић, 2001, стр. 186).

Наставне методе су „заступљене у свим дијеловима наставног процеса, почевши од планирања, па преко извођења до самог вредновања” (Стевановић, 1998, стр. 267). Њемачки дидактичари Хјубер и Стоцкен (Huber и Stocken) дијеле методе на: методу продавања и зарађивања, а Јањушевић полази од бити наставног процеса и у складу са тим дијели наставне методе на:

- Методе за стицање знања, вештина и навика, односно методе за стицање новог градива у које се убрајају: метода живе ријечи, метода читања и метода показивања;
- Метода за утврђивање градива (вежбање ради запамћивања и вежбање ради примјењивања градива) (Huber и Stocken; Јањушевић, у Бркић и Томић, 2017, стр. 93);

У развоју дидактичке теорије и праксе углавном су издиференциране слjedeће методе:

- Метода демонстрације;

- Метода практичних радова;
- Метода цртања, односно илустративних радова;
- Метода писмених радова;
- Метода читања и рада на тексту;
- Метода разговора;
- Метода усменог излагања (Пољак, 1985).

Метода илустративних радова

Ово је метода која се односи на разне врсте ученичких писмених радова и илустрација. „Метода илустративних радова је рад наставника и ученика гдје се поједини дијелови наставних садржаја изражавају цртежом” (Томић и Осмић, 2006, стр. 219). Један број дидактичара ову методу сврстава у писмене радове под насловом метода графичких радова. У овом раду наведене методе бит ће раздвојене и анализирани свака посебно.

Карактеристике методе илустративних радова

Цртање представља човјекову потребу да линијама и бојама изрази своје представе о свијету који га окружује. Дјеца врло рано науче читати цртане стрипове без иједне ријечи, а касније се та способност развија у основној школи. Дакле, на ученичким способностима цртања развија се употреба методе илустративних радова. На основу неколико критеријума, цртежи се могу подијелити на категорије:

а) с обзиром на обим обухваћених садржајних елемената на: детаљан, шематски и цртеж – скицу;

б) с обзиром на величину у односу према стварном објекту: умањени, повећани или у истој величини као посматрани објект;

ц) с обзиром на степен изражавања: копирање, прецртавање готовог цртежа, цртање на основу перципирања објекта или појаве и слободан цртеж (уз помоћ маште и сјећања);

д) с обзиром на графичко изражавање статичких стања и динамичких процеса (генетички цртеж);

е) с обзиром на намјеру: цртање да би се нешто саопштило или ради доказивања;

ф) с обзиром на доминацију психичке функције (цртање на основу посматрања, памћења или маште) (Пољак, 1985, стр. 84).

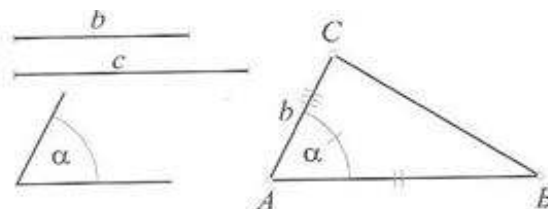
Пољак (1985) истиче да психофизичка стања цртања у настави обухватају: правилно посматрање објекта, задржавање слике у свијести, односно визуелно памћење до преношења слике на подлогу и сам пренос слике, односно цртање. У настави математике је пожељно комбиновати различита илустративна средства, примјењивати заједничке, групне и индивидуалне илустрације.

Примјер 1. Шематски и детаљан цртеж

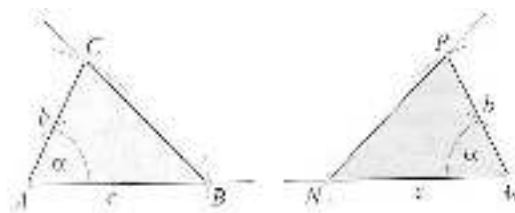
Конструисати троугао којем су задате дужине страница b и c , те угао α међу њима.

Рјешење:

Анализа: Скицирамо троугао и означимо његове елементе.



Конструкција:



Опис конструкције:

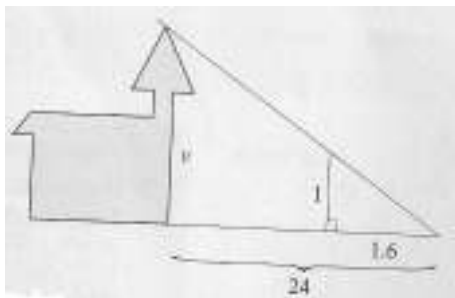
- 1) Полуправа Ap
- 2) $(A, c) \cap p = \{B\}$,
- 3) $\angle pAr = \alpha$,
- 4) $k(A, b) \cap r = \{C\}$,
- 5) $\triangle ABC$.

Примјер 2. Умањени цртеж

Колика је висина црквеног торња?

Рјешење:

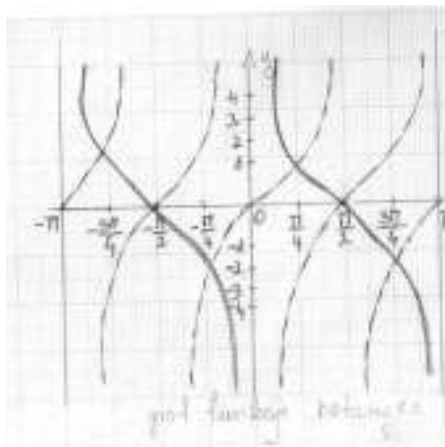
Узмемо штап дужине 1 m и поставимо га окомито на земљу. Измјеримо дужину сјене штапа и црквеног торња. Скицирамо умањену слику:



$$v : 1 = 24 : 1.6,$$

$$v = \frac{24}{1.6} = 15.$$

Примјер 3. Прецртавање готовог цртежа



Граф функције $f(x) = ctgx$.

Примјер 4. Изражавање динамичких процеса

Број младих пушача (18–25 година) у САД опада од 1974. године. Тај пад, изражен у процентима, описује линеарна функција

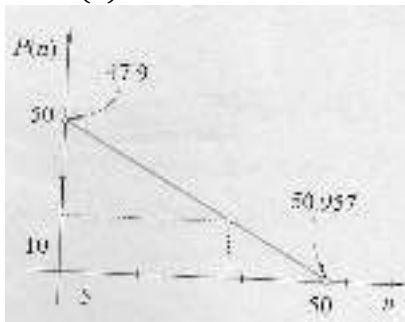
$$P(n) = -0.94n + 47.9,$$

n – број година рачунајући од 1974.

Колики је проценат младих пушача у САД-у био 1974. године и за колико ће година нестати младих пушача у САД-у?

Рјешење:

$$P(0) = 0 + 47.9$$



$$\begin{aligned} P(0) &= 47.9 \\ P(n) &= 0 \\ -0.94n + 47.9 &= 0 \\ n &= 50.957. \end{aligned}$$

Значи, 2025. године неће бити младих пушача у САД-у.

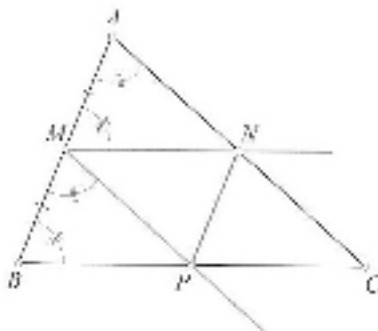
Примјер 5. Цртање ради доказивања

Теорема о средишњици троугла.

Дуж која пролази средином једне стране и паралелна је са другом страницом средишњица је троугла.

Средишњица троугла паралелна је са страницом троугла и двоструко је краћа од ње.

Доказ:



Кроз тачку М (половина стране \overline{AB}) повуцимо паралеле са страницама \overline{BC} и \overline{AC} . Тако добијамо пресјечне тачке N и P.

$\triangle AMN \cong \triangle MBP$ подударају се у сва три угла и $\overline{AM} \cong \overline{MB}$.

$\triangle MNP \cong \triangle CPN$, подударају се у сва три угла и имају заједничку страницу што значи да је:

$$|MN| = |BP| = |PC|.$$

Из тога произилази да је тачка Р средина странице \overline{BC} , па је \overline{MP} средишњица троугла.

Исто тако је тачка N средина странице \overline{AC} , па је и \overline{MN} средишњица троугла. За њезину дужину важи:

$$|MN| = |BP| = \frac{1}{2}|BC|.$$

Примјер 6. Цртање ради лакшег рјешавања

Раставити полином $P(x) = 4x^3 + 3x^2 - 2x + 1$ по потенцијама од $x - 2$.

Ово можемо направити Хорнеровим алгоритмом.

Бројеви ван квадратића коефицијенти су завршног приказа. Резултат пишемо у облику:

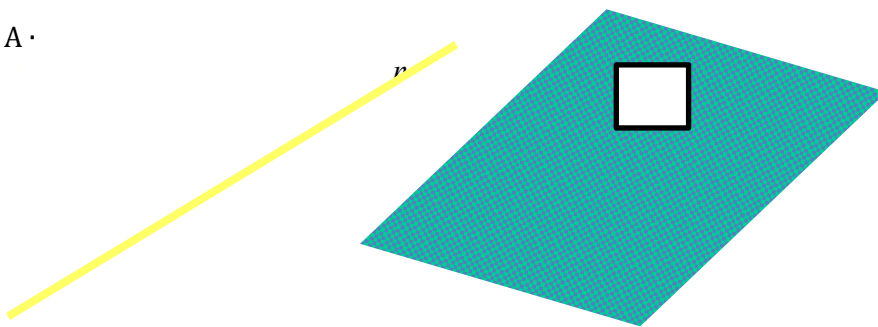
$$P(x) = 4(x - 2)^3 + 27(x - 2)^2 + 58(x - 2) + 41.$$

Облици и начини рада методе илустративних радова

У многим наукама употребљавају се бројни договорени *графички знакови* који на једноставан и сажет начин саопштавају да се ради о одређеним идејама, мислима, предметима итд. Графички симболи се односе на нешто опште, апстрактно, а слика симбола сугерише мисли, појмове, осјећаје. Симболи су за разлику од знакова многозначни.

Примјер 7.

A ·



Квантитавни односи се приказују графиконима и дијаграмима. Ученици добијају визуелну слику једне појаве што доприноси памћењу количинских релација.

Примјер. 8

У некој фабрици дневно се направе два производа (производ А и производ В). Сваки од њих пролази кроз три групе машина: S_1 , S_2 и S_3 . Да би се произвела јединица производа А потребно је 3 сата рада на машини S_1 и 2 сата рада на машини S_2 . Да би се произвела јединица производа В потребно је 1 сат рада на машини S_1 , 2 сата рада на машини S_2 и 3 сата рада на машини S_3 . Дневни капацитет машина, S_1 , S_2 и S_3 су 16, 16 и 12 сати. Укупна добит по јединици производа А износи 7 000 КМ, а по јединици производа В износи 12 000 КМ. Нађите оптимални план производње за производе А и В.

Рјешење:

x_1 – јединица производа А

x_2 – јединица производа В

Тражи се вриједност тих варијабли за који функција

$$D(x_1, x_2) = 7\,000 + 12\,000x_2$$

постиже свој максимум.

Да би ријешили овај проблем најлакше је податке уписати у табелу и из ње формирати одговарајуће неједначине:

Машина	Вријеме (у сатима) по јединици производа		Дневни капацитет машина (у сатима)
	А	В	
S_1	3	1	16
S_2	2	2	16
S_3	0	3	12

$$3x_1 + x_2 \leq 16$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 16$$

$$3x_2 \leq 12$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Шематско приказивање предмета погодно је за приказивање структурне и просторне релације код предмета и одређених ситуација и примамљиво је у настави свих предмета.

Примјер 9.

Неко уложи у банку износ од 10 000 КМ. Колика је вриједност тог улога на крају осме године ако је обрачун камата сложен годишњи и декурзивни. У прве три године годишња камата је $p_1 = 4\%$, а у осталим годинама укамаћивања повећана је за 25%?

Рјешење:

1	2	3	4	5	6	7	8
p_1			p_2				
$\cdot r_1^3$			$\cdot r_2^5$				
$C_0 = 10\ 000$							

$$C_3 = C_0 \cdot r_1^3 \qquad C_8 = C_3 \cdot r_2^5$$

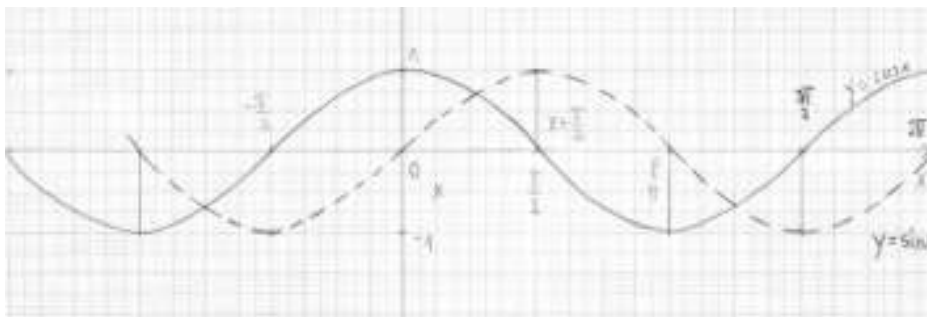
$$C_3 = C_0 \cdot r_1^3 = 10\ 000 \cdot 1.04^3 = 11\ 248.64 \text{ KM.}$$

$$C_8 = C_3 \cdot r_2^5 = 11\ 248.64 \cdot 1.05^5 = 14\ 356.43 \text{ KM.}$$

Да би ученици успјешно нацртали цртеж, потребно је да познају предмет у свим појединостима и да га знају пренијети на подлогу.

Примјер 10.

Конструкција косинусоиде уз помак графа синусоиде:



Наставник цртеж понекад црта на табли и ученицима објашњава шта црта и упућује их да лакше схвате шта се цртежом жели приказати. Често наставник користи шеме из уџбеника, а сложеније цртеже припреми раније код куће.

Примјер 11.

Ријешити систем неједначина:

$$x - 2y \leq 2$$

$$3x + 2y \leq 6.$$

Рјешење:

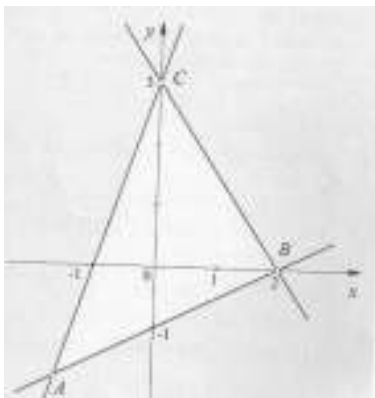
Свакој неједначини одговара нека полураван. Те полуравни су са једне стране ограничене одговарајућим правама:

$$p_1 \dots -3x + y - 3 = 0$$

$$p_2 \dots x - 2y - 2 = 0$$

$$p_3 \dots 3x + 2y - 6 = 0$$

Рјешење система пресјек је тих полуравни.



„Учитељев/учитељичин цртеж мора бити лијеп, уредан, прегледан, са јасним методичким задатком, прије свега јасном сазнајном поруком, а не треба задовољавати ликовне критеријуме. Учитељев цртеж има оправдање само као конструкција властитих шема и поједностављених приказа неких принципа и односа, никако не за приказивање детаљне структуре за коју имамо изворну стварност, модел, видео запис и сл.” (De Zan, 2005, стр. 276).

Закључак

Метода илустративних радова у настави математике има бројне предности:

- Доприноси да се сложене појаве и процеси поједноставе и тако лакше разумију, а садржаји запамте и постану трајна својина ученика;
- Помаже да се прикажу само битна обиљежја неког предмета или појаве без осталих детаља чиме се пажња усмјерава на оно што је најбитније;
- Помоћу ове методе могу се приказати неки процеси успјешније него на природним предметима;
- Приказивање цртежом ангажује чуло вида код ученика, што омогућава да се садржаји боље усвоје него кад се презентирају живом ријечју;

- Осамостаљивање ученика да неке појаве, предмете и сами графички приказују.

Примјена цртања доприноси развоју посматрачких способности и увјежбавању тачности, уредности и развијању графичких способности.

Литература

- Arslanagić, Š. (2004). *Matematika za nadarene*. Sarajevo: Bosanska riječ.
- Arslanagić, Š. (2006). *Metodička zbirka zadataka sa osnovama teorije iz elementarne matematike*. Sarajevo: Grafičar promet d.o.o.
- Brkić, M. i Tomić, R. (2017). *Metodika nastave*. Sveučilište Hercegovina: Međugorje.
- Dakić, B. i Elezović, N. (2002). *Matematika 1*, udžbenik i zbirka zadataka za prvi razred gimnazije. Zagreb: Element.
- Dakić, B. i Elezović, N. (2002). *Matematika 2*, udžbenik i zbirka zadataka za drugi razred gimnazije. Zagreb: Element.
- Dakić, B. i Elezović, N. (2002). *Matematika 3*, udžbenik i zbirka zadataka za treći razred gimnazije. Zagreb: Element.
- Gage, N. L. (1978). *The scientific basis for the art of teaching*. New York: Teacher's College Press.
- De Zan, I. (2005). *Metodika nastave poznavanja prirode i društva*. Zagreb: Školska knjiga.
- Лекић, Ђ. (1993). *Методика разредне наставе*. Београд: Нова просвета.
- Poljak, V. (1985). *Didaktika*. Zagreb: Školska knjiga,
- Pletenac, V. (1991). *Osnove metodike nastave prirode i društva*. Zagreb: Školska knjiga.
- Salamon, Đ., Šego, B. (2005). *Matematika 3*, udžbenik sa zbirkom zadataka za četvrti razred ekonomske škole. Zagreb: Alka script.
- Stevanović, M. (1998). *Pedagogija*. Varaždinske Toplice: „Tonimir”.
- Tomić, R. i Osmić, I. (2006). *Didaktika*. Tuzla: Defas.
- Вилотијевић, М. (2001). *Дидактика*. Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.

Marina Zubac,
Dragica Milinković,
Jasna Bogdanović Čurić

FORMS AND WAYS OF WORKING OF THE ILLUSTRATIVE WORK METHOD IN THE TEACHING OF MATHEMATICS

Summary

By inspecting the literature and the practical work of teachers, different forms of the method of illustrative works that are applied in the teaching of mathematics are observed. The method of illustrative works allows the complex phenomena and processes to be visualized and simplified for the purpose of better and easier understanding, and the contents are remembered and become permanent property of students. It helps to present important features of objects and phenomena and ignore irrelevant details by which students focus their attention on what is most important. In the teaching of mathematics, her role is in the visual representation of mathematical ideas and information in the process of transition from concrete to abstract forms of thinking. Visual representations combine the aspects of natural representations with formal forms in order to increase cognitive understanding. They allow learning by observing abstraction, stimulate thoughtful engagement, and increase the degree of accuracy of observation. The application of visualization contributes to the development of perceptual abilities, the training of accuracy and regularity, and the development of graphic abilities.

In this paper, the emphasis is on the advantages and disadvantages of the method of illustrative papers in the teaching of mathematics. In this sense, the aim of the paper is to present methods of work and the method of illustrative work in the teaching of mathematics through the method of theoretical analysis, through the available published professional and scientific literature.

Key words: *method of illustrative works, teaching of mathematics, forms and methods of work, advantages and disadvantages*