

Analiza sudarnog procesa vozila sa utjecajem na energetska kompatibilnost na vozilima

Bogdan Šimun

Prof. dr sc. redovni profesor na Fakultetu Strojstva i Računarstva, Sveučilišta u Mostaru, Mostar, Bosna i Hercegovina, simun.bogdan@sve-mo.ba

Rezime: Cilj ovog rada je, na Osnovnom sudu u Mostaru dokazati pogrešnu tvrdnju koju je prometna policija u svom zapisniku na mjestu prometne nezgode istu okarakterizirala kao namještenu bez ikakvih materijalnih dokaza. Za učesnike u prometnoj nezgodi pored prekršajne je podignut i krivični postupak. Insinuacija za namještenu nezgodu bila je u nesrazmjeri oštećenja na prednjem i stražnjem dijelu vozila. Ovim radom je dokazano u kom odnosu stoje deformacije na vozilu s obzirom na vrijednost otpornog momenta poprečnog presjeka prednjeg i stražnjeg dijela vozila.

Ključne riječi: brzina vozila, moment količine kretanja, otporni moment, moment inercije porečnog presjeka

Datum prijema rada: 4. mart 2015.

Datum odobrenja rada: 7. mart 2015.

UVOD

U radu je izvršena analiza brzina kretanja vozila na osnovu njihovih masa i koristeći teoriju sudara dvaju tijela. U drugom dijelu rada je izvršen proračun vrijednosti otpornih momenata inercije na osnovu poprečnih presjeka vozila.

ANALIZA BRZINE SUDARA MERCEDESA

Problem će se razmatrati kao upravni centralni sudar pri čemu važi zakon o količini gibanja.

U ovom slučaju nakon sudara mercedes 123, mase 1360 kg i dolazeće brzine v_1 , odbija se nazad za 1.2 m, dok mercedes 124, mase 1440 kg i dolazeće brzine v_2 , produžava još 2.0 m prije zaustavljanja. Na temelju ovoga, smatrajući kao pozitivan smjer onaj smjer brzine koju je imao mercedes 124, zakon količine gibanja će biti

$$(01) \quad -m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

gdje su sa prim označene brzine nakon sudara odnosno odlazeće brzine. Kao druga veličina uvodi se koeficijent sudara

$$(02) \quad k = (v'_2 - v'_1) / (v_2 + v_1)$$

kao odnos relativnih odlazećih i dolazećih brzina. Interval mogućih vrijednosti je $0 \leq k \leq 1$.

Odlazeće brzine se mogu naći iz dužine puta zaustavljanja kako slijedi.

Iz jednakosti kinetičke energije i utrošenog rada na tre-

nje može se dobiti intenzitet brzine nakon sudara, tj. može se pisati

$$E_{k0} = \frac{1}{2} m v^2; \quad A_{tr} = \mu m g s; \quad E_{k0} = A_{tr}$$

$$v^2 = 2 \mu g s$$

Prema tomu su odlazeće brzine

$$(01) \quad v_1'^2 = 2 \mu_1 g s_1 = 2.4 g \mu_1$$

$$v_2'^2 = 2 \mu_2 g s_2 = 4.0 g \mu_2$$

a njihov je odnos

$$(02) \quad \frac{v_1'}{v_2'} = \sqrt{\frac{\mu_1 s_1}{\mu_2 s_2}} = \sqrt{\frac{1.2 \mu_1}{2.0 \mu_2}} = 0.7746 \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}}; \quad \mu_1 \approx \mu_2 \Rightarrow \frac{v_1'}{v_2'} = 0.7746$$

Znajući odlazeće brzine treba iz zakona količine gibanja i koeficijenta sudara naći dolazeće brzine u trenutku sudara v_1 i v_2 .

$$-m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

$$v_1 + v_2 = (v'_2 - v'_1) / k$$

odakle slijedi

$$(03) \quad v_1 = -\frac{m_1 v'_1 + m_2 v'_2 - m_2 (v'_2 - v'_1) / k}{m_1 + m_2} = \frac{(1-k) m_2 v'_2 - (k m_1 + m_2) v'_1}{k (m_1 + m_2)}$$

$$v_2 = -\frac{-m_1 (v'_2 - v'_1) / k - (m_1 v'_1 + m_2 v'_2)}{m_1 + m_2} = \frac{(k m_2 + m_1) v'_2 - (1-k) m_1 v'_1}{k (m_1 + m_2)}$$

Gornjim se izrazima može dati i drugačiji oblik

$$(04) \quad v_1 = -v'_1 + \frac{(1-k)m_2}{k(m_1+m_2)}(v'_2 - v'_1)$$

$$v_2 = v'_2 + \frac{(1-k)m_1}{k(m_1+m_2)}(v'_2 - v'_1)$$

Jednako tako se može naći i gubitak kinetičke energije tokom sudara. Ova je energija utrošena na zaostale, plastične, deformacije tijela koja su se desila tokom sudara.

$$(05) \quad \square E_k = E_k - E'_k = \frac{1}{2}[(m_1v_1^2 + m_2v_2^2) - (m_1v_1'^2 + m_2v_2'^2)] = \frac{(1-k^2)m_1m_2}{2k^2(m_1+m_2)}(v'_2 - v'_1)^2$$

Da bi dolazeće brzine zadržale pozitivne intenzitete (smjerovi su ispravno postavljeni) iz (05) slijedi da se koeficijent sudara k mora naći u granicama

$$-\frac{m_1(v'_2 - v'_1)}{m_1v'_1 + m_2v'_2} \leq k \leq \frac{m_2(v'_2 - v'_1)}{m_1v'_1 + m_2v'_2}$$

no k ne može biti manji od nule te važi samo desna strana ne-jednadžbe

$$(06) \quad 0 \leq k \leq \frac{m_2(v'_2 - v'_1)}{m_1v'_1 + m_2v'_2}$$

Odnos dolazećih brzina iz (6) je

$$(07) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{1-k - \left(1+k \frac{m_1}{m_2}\right) \frac{v'_1}{v'_2}}{k + \frac{m_1}{m_2} - \left(1-k\right) \frac{m_1}{m_2} \frac{v'_1}{v'_2}}$$

Za čisti plastični sudar ($k=0$) važi odnos

$$(08) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{1440}{1360} = 1.0588$$

Brzine nakon sudara se mogu naći iz duljine prijeđenih putova, tako je za $\mu = 0.7$ i $s_1 = 1.2$ m odnosno $s_2 = 2.0$ m

$$(09) \quad v'_1 = \sqrt{2 \cdot 0.7 \cdot 1.2g} = 4.06 \text{ ms}^{-1}$$

$$v'_2 = \sqrt{2 \cdot 0.7 \cdot 2.0g} = 5.24 \text{ ms}^{-1}$$

Za ove podatke koeficijent sudara mora se naći u granicama

$$(10) \quad 0 \leq k \leq 0.1300$$

Izgubljena kinetička energija pri sudaru je dan izrazom za $k=0.05$

$$(11) \quad \square E_k = \frac{m_1m_2}{2(m_1+m_2)}(1-k^2) \frac{(v'_2 - v'_1)^2}{k^2} = 1.9429 \cdot 10^5 \text{ kgm}^2\text{s}^{-2}$$

$$\text{a odnos početnih brzina } \frac{v_1}{v_2} = 0.463138$$

Ukupna kinetička energija bit će zbir izgubljene i preostale kinetičke energije

$$E_k = \square E_k + \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = 2.2527 \cdot 10^5 \text{ kgm}^2\text{s}^{-2} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

uvrštanjem odnosa brzina bit će

$$E_k = (680 \cdot 0.463138^2 + 720)v_2^2 = 865.86v_2^2 = 2.2527 \cdot 10^5$$

$$v_2 = 16.13 \text{ ms}^{-1} = 58.1 \text{ km/h}$$

$$v_1 = 7.470 \text{ ms}^{-1} = 26.9 \text{ km/h}$$

što se dobiva i iz (06)

Ovo su brzine sudara za odabrane pretpostavke. Stvarne su vjerojatno veće jer je sigurno bilo kočenja i prije sudara.

Može se napraviti pregled tabelarnih vrijednosti brzina v_1 i v_2 za razne vrijednosti koeficijenta sudara k

$k (-)$	v_1 km/h	v_2 km/h	$\square E_k$ J
0.02	92.7	117.2	$121.67 \cdot 10^4$
0.05	26	58.1	$19.43 \cdot 10^4$
0.08	10.5	41.9	$7.56 \cdot 10^4$
0.11	3.1	35.6	$3.98 \cdot 10^4$

Kao što se vidi iz tabele brojčane su vrijednosti brzina u dosta velikom intervalu pa se u procjeni mora koristiti i procjena intenziteta deformiranja

U specijalnom slučaju kada je $v_1 = 0$, tj. kada je vozilo jedan mirovalo prije sudara, može se naći koeficijent sudara iz jednadžbe (06)

$$v_1 = -v'_1 + \frac{(1-k)m_2}{k(m_1+m_2)}(v'_2 - v'_1) = 0$$

odakle slijedi da je

$$(12) \quad k = \frac{(v'_2 - v'_1)m_2}{m_1v'_1 + m_2v'_2} = 0.13$$

za koju se vrijednost, također iz (06), dobiva

$$v_{21} = v'_2 + \frac{(1-k)m_1}{k(m_1+m_2)}(v'_2 - v'_1) = 9.076 \text{ ms}^{-1} = 32.67 \text{ km/h}$$

Jednako tako se može naći i gubitak kinetičke energije na zaostale deformacije vozila iz (07)

$$\square E_k = \frac{(1-k^2)m_1m_2}{2k^2(m_1+m_2)}(v'_2 - v'_1)^2 = 28326 \text{ J}$$

Kada se pretpostavi jedno kratkotrajno kočenje na dužini puta od 10 metara brzina vozila dva prije početka kočenja bit će

$$E_{k2} = \frac{1}{2} m_2 v_{22}^2 = E_{k1} + \mu m_2 g s = \frac{1}{2} m_2 v_{21}^2 + \mu m_2 g s \Rightarrow v_{22} = \sqrt{v_{21}^2 + 2\mu g s}$$

$$v_{22} = \sqrt{9.076^2 + 2 \cdot 0.7 \cdot g \cdot 10} = \sqrt{219.714} = 14.823 \text{ m/s} = 53.36 \text{ km/h}$$

PRILOG Postupak određivanja otpornih momenta poprečnih presjeka vozila

Za određivanje otpornih momenata vozila bit će korišten sljedeći postupak.

Prvo se određuje položaj težišta površine kako bi se našle vrijednosti vlastitih momenata inercije. Obzirom da površina ima osu simetrije i težište se nalazi na toj osi pa je jedino potrebno naći položaj po visini. Jednako tako i centrifugalni moment inercije za tu i bilo ko-ju, na nju upravnu, osu ravan je nuli.

Za određivanje položaja težišta po visini koristi se izraz

$$y_T = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2 + y_3 A_3 + \dots + y_n A_n}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

Koordinata y_i i -te površine u novome sustavu, postavljenom u težištu površine, postaje

$$\eta_i = y_i - y_T$$

Momenti inercije pojedinih površina za težišne ose, prema Štajnerovom poučku, dobivaju se kao zbrojevi vlastitih i položajnih momenata inercije pri čemu su, po definiciji, položajni momenti inercije proizvodi veličine površine i kvadrata rastojanja težišta površine od te ose. Tako se mogu pisati izrazi

$$I_{\xi} = (I_{\xi_{vi}} + \eta^2 A)_1 + (I_{\xi_{vi}} + \eta^2 A)_2 + (I_{\xi_{vi}} + \eta^2 A)_2 + \dots + (I_{\xi_{vi}} + \eta^2 A)_n = \sum_{i=1}^n (I_{\xi_{vi}} + \eta^2 A)_i$$

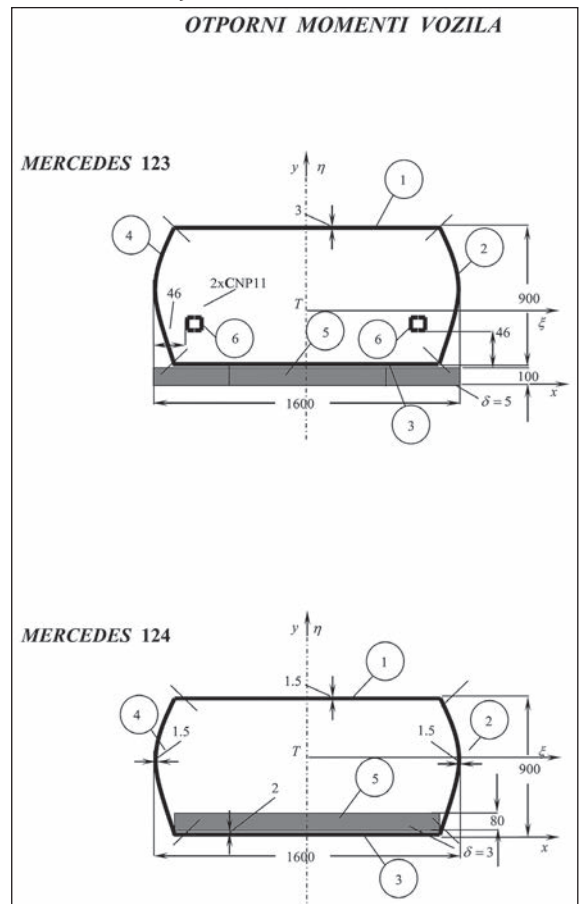
Jednako tako će biti i za drugu osu

$$I_{\eta} = (I_{\eta_{vi}} + \xi^2 A)_1 + (I_{\eta_{vi}} + \xi^2 A)_2 + (I_{\eta_{vi}} + \xi^2 A)_2 + \dots + (I_{\eta_{vi}} + \xi^2 A)_n = \sum_{i=1}^n (I_{\eta_{vi}} + \xi^2 A)_i$$

Otporni su momenti definirani kao količnici momenata inercije i rastojanja najudaljenijeg vlakna od odgovarajuće ose. Tako će biti

$$W_{\xi} = \frac{I_{\xi}}{e_{\xi}}, \quad W_{\eta} = \frac{I_{\eta}}{e_{\eta}}$$

Izračunavanje otpornih momenata je, prema ovim izrazima, dano u sljedećim tabelama.



No.	A _i cm ²	y _i cm	x _i cm	S _x cm ³	S _y cm ³	η _i cm	ξ _i cm	η _i ² cm ²	ξ _i ² cm ²	I _ξ		I _η	
										I _{ξ_{vi}}	I _{ξ_{vi}}	I _{η_{vi}}	I _{η_{vi}}
										cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴
1	48	99.85	0.00	4792.80	0.00	90.21	0.00	8137.84	0.00	0.36	390616.32	102400.00	0.00
2	27	55.00	79.85	1485.00	2155.95	45.36	79.85	2057.53	6376.02	18225.00	55553.31	0.20	172152.54
3	48	10.15	0.00	487.20	0.00	0.51	0.00	0.26	0.00	0.36	12.48	102400.00	0.00
4	27	55.00	-	1485.00	-	45.36	-	2057.53	6376.02	18225.00	55553.31	0.20	172152.54
5	1600	5.00	0.00	8000.00	0.00	-4.64	0.00	21.53	0.00	13333.33	34448.00	3413333.33	0.00
6	30	20.10	-	603.00	-	10.46	-	109.41	4886.01	6495.94	3282.30	6495.94	146580.30
6	30	20.10	69.90	2097.00	2097.00	10.46	69.90	109.41	4886.01	6495.94	3282.30	6495.94	146580.30
Σ	1810	-	-	17456.00	0.00					62775.93	542747.92	3631125.61	637465.68
										I _ξ = 605523.85 cm ⁴	I _η = 4268591.29 cm ⁴		
										W _ξ = 6701.27 cm ³	W _η = 53357.39 cm ³		

Koordinate težišta	$y_T = \frac{17456}{1810} = 9.64 \text{ cm}$
	$x_T = 0.00 \text{ cm}$

MERCEDES 123

MERCEDES 124

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
No.	A_i	y_i	x_i	S_x	S_y	η_i	ξ_i	η_i^2	ξ_i^2	I_ξ		I_η	
										I_{η_1}	I_{ρ_1}	I_{η_2}	I_{ρ_2}
	cm ²	cm	cm	cm ³	cm ³	cm	cm	cm ²	cm ²	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴
1	24.00	89.93	0.00	2158.32	0.00	83.51	0.00	6973.92	0.00	0.05	167374.08	51200.00	0.00
2	13.50	45.00	79.93	607.50	1079.55	38.58	79.93	1488.42	6388.80	9112.50	20093.67	0.03	86248.80
3	32.00	0.10	0.00	3.20	0.00	-6.32	0.00	39.94	0.00	0.11	1278.08	68266.67	0.00
4	13.50	45.00	-79.93	607.50	1079.55	38.58	-79.93	1488.42	6388.80	9112.50	20093.67	0.03	86248.80
5	1280.00	4.20	0.00	5376.00	0.00	-2.22	0.00	4.93	0.00	6826.67	6310.40	2730666.67	0.00

Σ	1363	-	-	8752.52	0.00								
----------	------	---	---	---------	------	--	--	--	--	--	--	--	--

25051.83	215149.90	2850133.40	172497.60
$I_\xi = 240201.73 \text{ cm}^4$		$I_\eta = 3022631.00 \text{ cm}^4$	
$W_\xi = 2873.91 \text{ cm}^3$		$W_\eta = 37782.89 \text{ cm}^3$	

Koordinate težišta	$y_T = \frac{8752.52}{1363} = 6.42 \text{ cm}$
	$x_T = 0.00 \text{ cm}$

OTPORNI MOMENTI IZNOSE:

$$W_\xi = 2873.91 \text{ cm}^3$$

$$W_\eta = 37782.89 \text{ cm}^3$$

ZAKLJUČAK

Iz navedenog proračuna vidljivo je da će energetska deformacija na stražnjem dijelu vozila marke Mercedes biti do tri puta veća nego na prednjem dijelu vozila.

LITERATURA

- Bogdan, Š., Raspudić, V. (2002). *Zbirka riješenih zadataka iz Nauke o čvrstoći*, Mostar, str. 42-65.
- Določek, V., Bogdan, Š. (2003). *Elastostatika I, Elastostatika II*, Sarajevo, str. 57-63.
- Megson, T. H. G. (1972). *Aircraft Structures for Engineering Students*, London: Edward Arnold.
- Muftić, O. i suradnici. (2002). *Osnovi ergonomije*, Sarajevo.
- Roark, R. J. (1965). *Formulas for Stress and Strain*, 4th edition, New York: Mc Graw – Hill Book Company.
- Stankov, D., (1963). *Proračun avionskih konstrukcija*, predavanja, Beograd: Mašinski fakultet.
- Timoschenko, J. (1983). *Teorija elastičnosti*, Tehnička enciklopedija VII, Zagreb: JLZ.
- Timoshenko, S. and Goodier, J. M. (1951). *Theory of Elasticity*, 2nd edition, New York: Mc Graw – Hill Book Company.
- Wang, C.T. (1953). *Applied Elasticity*, New York: Mc Graw – Hill Book Company.

Analysis of the Vehicle Crash Process with an Impact on Vehicle Energetic Compatibility

Šimun Bogdan

B.Eng, a full-time professor at the Faculty of Mechanical Engineering and Computer Science of the University of Mostar, Mostar, Bosnia and Herzegovina, simun.bogdan@sve-mo.ba

Abstract: This paper is aimed to prove, at the Basic Court in Mostar, the incorrect claim characterized as fabricated in the traffic incident report made by the traffic police without any material evidence. Criminal proceedings were instituted against the participants in the traffic accident in addition to the minor offense proceedings. The insinuation of a staged accident was disproportional to the damage on the front and rear parts of the vehicle. The ratio between the deformations on the vehicle and the value of the moment of resistance of the vehicle front and rear parts' cross section has been demonstrated in this paper.

Key words: vehicle speed, amount of movement moment, moment of resistance, cross section inertia moment