

# ACTIVE LEARNING OF MATHEMATICS IN CLASS TEACHING

Predrag Kovačević<sup>1</sup>

## Abstract

*Active learning of maths is a frequently re-occurring syntagm in the pedagogic-methodical literature, and it refers to the activities which enable the students to gain a high level of cooperation and independence as well as to monitor the process and direction of learning mathematics. The importance of such a student's involvement is underlined by the methodical principle of the student's personal activity, which is a «conditio sine qua non» of any learning. Active learning of maths changes the role of the teacher significantly. He/she turns from being a lecturer to being a mentor and co-organiser in the process of learning. In this paper we investigated to which extent and in which way pupils and their teachers encourage and use the pupils' personal activity in acquiring the given mathematical contents. The results show that the main causes of the lack of involvement of students are the fear of maths and fear of failure, as well as the lack of motivation and the lack of teachers' encouragement. In spite of the numerous flaws in the process of learning, the research has also shown a high level of activity of students in acquiring mathematical contents.*

**Key words:** mathematics, personal activity, active learning, fear, motivation  
*JEL classification:* C6, C8

## INTRODUCTION

The role of mathematics in modern life substantially determines its position in the system of general education in primary school which is reflected in relatively high number of teaching hours. We use mathematics in everyday life as an unequivocal means of communication, explanation and evaluation, and it is irreplaceable in the development of logical thinking. Mathematics is an abstract subject, but still firmly rooted in reality. There is a hierarchical abstraction in mathematics - we cannot understand a single mathematical concept, if we do not understand subordinate concepts (Liebeck, 1995, 10-11).

In the process of learning, the student does not take ready knowledge from its surroundings, but creates it, and here his own activity is important. By changing its surroundings by its work, both natural and social, by giving that sur-

<sup>1</sup> Dr Predrag Kovačević, profesor of Banja Luka College

# AKTIVNO UČENJE MATEMATIKE U RAZREDNOJ NASTAVI

Predrag Kovačević<sup>1</sup>

## Sažetak

*Aktivno učenje matematike sintagma je koja se sve češće pojavljuje u pedagoško-metodičkoj literaturi, a reprezentira aktivnosti u kojima se učenicima osigurava visoki stepen kooperativnosti, samostalnosti i nadzora nad organizacijom, tokom procesa učenja matematike. Važnost takvog učenikova angažmana potvrđuje i metodički princip vlastite aktivnosti učenika, koji je "conditio sine qua non" svakog učenja. Aktivnim učenjem matematike bitno se mijenja i uloga učitelja (nastavnika), koji od predavača sve više postaje mentor i suorganizator procesa učenja. U ovom radu istražili smo u kolikoj mjeri i na koji način učenici i učitelji razredne nastave potstiču i koriste vlastitu aktivnost učenika u svladavanju matematičkih sadržaja. Rezultati istraživanja pokazali su da su glavni uzroci neaktivnosti učenika strahovi od matematike i strahovi od neuspjeha, ali i nedovoljna motivisanost i podsticanje učenika od strane učitelje. Usprkos brojnim nedostacima u organizaciji procesa učenja, istraživanje je pokazalo visok stepen a tivnosti učenika u svladavanju matematičkih sadržaja.*

**Ključne riječi:** matematika, vlastita aktivnost, aktivno učenje, razredna nastava, strah, motivacija

JEL klasifikacija: C6, C8

## UVOD

Uloga matematike u savremenom životu bitno određuje i njezin položaj u sistema opšteg vaspitanja i obrazovanja u osnovnoj školi koji se očituje u relativno velikom broju nastavnih časova. Matematika nam služi u svakodnevnom životu kao nedvosmisleno sredstvo komunikacije, objašnjavanja i procjene, a nezamjenjiva je u razvoju logičkog mišljenja. Matematika je apstraktan predmet, ali je ipak čvrsto ukorijenjena u stvarnost. U matematici postoji hijerarhijska apstrakcija – ne možemo razumjeti nijedan matematički pojam, ako ne razumijemo podređene pojmove (Liebeck, 1995., 10-11).

<sup>1</sup> Dr Predrag Kovačević, profesor Visoke škole Banja Luka College

roundings a new quality, at the same time the man progressively changes itself, qualitatively changes its own personality. Conscious activity of students in teaching means that students are aware of the goals and tasks of work, that they know the stages through which the work will be carried out, that they adopt new materials consciously and actively, that they realize and understand, that they recognize connections and relations, that they enter into the essence of things, that they recognize the importance of theory for practice, that they actively perceive and evaluate moral and aesthetic values. Knowledge and skills are acquired through their own activity, work, engagement of their own personalities. Success or failure in teaching depends just on *what, how much* and *how* students are doing in teaching and beyond. The quality of knowledge and skills depend on the extensity and intensity of activities, therefore the success in teaching is proportional to the share of their own activities. Even students of weaker mental abilities, by increased activity, can achieve satisfactory results, and precisely because this increased activity intensifies their development. Activity causes development, and therefore we perform the didactic principle of unity of activity and development. Under the principle of conscious activity of students, we do not only refer to the perception and understanding, but first of all we refer to the conscious attitude of students towards society, school and learning (Pavletic, 1968, 288-295).

Looking through history, schools have always been primarily oriented towards the development of intellectual skills. It was not until the early 1970s that the studies have shown and justified the importance of studying with a considerably greater variety of strategies such as humor, drama, games, puzzles, and cooperative learning. This wider "belt" of learning has become known as "whole-brain" learning. A good teacher will take into account these findings and avoid lectures whenever possible. The result is a new wave of class activities that make learning fast, fun and effective (Jensen, 1995, 161).

Active learning includes activities in which the students are provided with a high degree of autonomy and control over the organization, flow and direction of activities. Such activities most often include solving problems and research work, and can be personalized or extended into cooperation (Kyriacou, 1998, 68). It is the task of every teacher to include into entire teaching, especially into the teaching of mathematics, active learning, because through this process the students are encouraged to use, apply and expand their own knowledge and skills. Active learning has many pedagogical benefits because such activities are intellectually more stimulating, and thus more effective in maintaining students' motivation and interest for the activity. Such activities successfully assist in development of a large number of important learning skills necessary for the process of organization (e.g. when students organize their work in individualized activities), as well as interaction and communication

U procesu učenja učenik ne preuzima gotova znanja iz svoje okoline, već ih stvara, a tu je važna njegova vlastita aktivnost. Mijenjajući radom svoju sredinu, prirodnu i društvenu, dajući toj sredini novu kvalitetu, čovjek ujedno progresivno mijenja samoga sebe, kvalitativno mijenja svoju vlastitu ličnost. Svjesna aktivnost učenika u nastavi znači da su učenici svjesni ciljeva i zadataka rada, da poznaju etape kroz koje će se rad odvijati, da svjesno i aktivno usvajaju novu građu, da shvaćaju i razumiju, da uočavaju veze i odnose, da ulaze u samu bit stvari, da uočavaju važnost teorije za praksu, da aktivno doživljavaju i vrednuju moralne i estetske vrijednosti. Znanje i sposobnosti stižu se vlastitom aktivnošću, radom, angažiranjem vlastite ličnosti. Uspjeh ili neuspjeh u nastavi zavise upravo o tome *što, koliko i kako* učenici rade u nastavi i izvan nje. Kvaliteta znanja i sposobnosti zavise o ekstenzitetu i intenzitetu aktivnosti, pa je uspjeh u nastavi proporcionalan udjelu vlastite aktivnosti. I učenici slabijih mentalnih mogućnosti pojačanom aktivnošću mogu postići zadovoljavajuće rezultate, i to upravo zbog toga što ta pojačana aktivnost intenzivira njihov razvoj. Aktivnost uvjetuje razvoj, pa zbog toga izvodimo didaktički princip jedinstva aktivnosti i razvoja. Pod principom svjesne aktivnosti učenika ne misli se samo na shvaćanje i razumijevanje, već se u prvom redu misli na svjesni odnos učenika prema društvu, školi i učenju ( Pavlečić, 1968., 288-295).

Gledajući kroz istoriju, škole su oduvijek bile prije svega orijentisane prema razvoju intelektualnih vještina. Tek ranih 1970.-ih istraživanja su dokazala i opravdala važnost proučavanja uz znatno veću raznolikost strategija poput humora, glume, igara, zagonetki i kooperativnog učenja. Taj širi "pojas" učenja postao je poznat kao učenje "cijelog mozga" (engl.: "whole-brain" learning). Dobar nastavnik će te spoznaje uvažiti i izbjegavati predavanja kada god je to moguće. Rezultat je novi val razrednih aktivnosti koje učenje čine brzim, zabavnim i učinkovitim (Jensen, 1995., 161).

Aktivno učenje su aktivnosti u kojima se učenicima osigurava visoki stepen samostalnosti i nadzora nad organizacijom, tokom i smjerom aktivnosti. Takve aktivnosti najčešće obuhvaćaju rješavanje problema i istraživački rad, a mogu se individualizirati ili proširiti u saradnju (Kyriacou, 1998., 68). Zadaća je svakog učitelja da u cjelokupnu nastavu, a posebno u nastavu matematike, uključi aktivno učenje jer se kroz taj proces učenike potiče da koriste, primjenjuju i proširuju vlastita znanja i sposobnosti. Aktivno učenje ima brojne pedagoške koristi jer su takve aktivnosti intelektualno poticajnije, a time i djelotvornije u održavanju učeničke motivacije i zanimanja za aktivnost. Takve aktivnosti uspješno pomažu u razvoju velikog broja važnih sposobnosti učenja potrebnih za proces organizacije (npr. kad učenici organiziraju svoj rad u individualiziranim aktivnostima), te interakcijskih i komunikacijskih sposobnosti u saradničkim aktivnostima. U takvim će aktivno-

skills in cooperative activities. In such activities, students are likely to enjoy as they enable progress, they are less threatening than the teacher's verbal activities and thus encourage a positive attitude both towards themselves as students and towards the subject. The teacher, if he wants to promote the implementation of activities, needs to be a participant and facilitator, not a lecturer. He needs to be moderator of learning using the best "situation" for learning that is achieved when learning takes place through research and entertainment, and at the same time it is relaxing, fun and colorful. He should encourage creative critical thinking in order to improve the "internal processing" which includes thinking about the adopted material and its storage into the deep memory. "Activating" students through games, sketches, plays and many opportunities for exercise induce activation of memory banks and support learning paths. By transferring of knowledge to use in real life and connecting with other things, theoretical knowledge is supported and students can use and apply purposefully what they have learned. Teachers should also encourage regular repetition and evaluation, and through them the opportunity to celebrate learning (Dryden and Vos, 2001). Facilitation of students' learning activities requires organizational skills by their teachers because planning of activities generally requires just as much or more time than the activity itself. Activities can create huge benefits, but only if the teacher really decides to be fully present and awake during the entire activity (Jensen, 1995, 162).

One way of encouraging active learning is to organize collaborative learning or group work of students. Collaborative activities allow better insight into the flow of learning activities because the students observe the work of their colleagues and jointly follow and discuss methods and strategies (Kyriacou, 1998, 68-69). In that process of learning, in addition to the student's own experiences, the student uses the knowledge of the environment that surrounds him and thus learns from each member of the group. Each student has its own part of the assignment to the solution of which the student comes using its own activity, while listening to the ideas and solutions of others, thus completing its own knowledge. For many students, it is more fun to learn together with others through activity, the atmosphere is more relaxed, thus enhancing physical and emotional conditions favourable for learning. Students often show fears of failure, public appearance or even of mathematics as a subject. The appropriate atmosphere created by group work allows overcoming of fear, because they have someone to rely on in the group, and therefore it is easier for them to present their conclusions. Students acquire the skills of critical thinking and problem solving. For organization of active learning of mathematics, it is essential to solve problems effectively, which means to ask questions, explore and discover different methods of solving tasks, to demonstrate the abilities and persistence on tasks until the solution is found, to understand the existen-

stima učenici vjerovatno uživati jer omogućuju napredak, manje su prijeteće od nastavnikovih usmenih aktivnosti pa stoga potiču pozitivan odnos učenika naspram sebi kao učenika i prema predmetu. Učitelj u nastavi kojom želi poticati provođenje aktivnosti treba biti sudionik i pomagač, a ne predavač. On treba biti moderator učenja koristeći najbolje "stanje" za učenje koje se postiže kad se učenje odvija kroz istraživanje i zabavu, a istodobno je opuštajući, zabavan i šarolik. Treba poticati kreativno kritičko mišljenje u cilju poboljšanja "internalne obrade" što uključuje razmišljanje o usvojenom gradivu i njegovo spremanje u dubinsko pamćenje. "Aktiviranje" učenika putem igara, skečeva, igrokaza i mnogo prigoda za vježbanje potiču aktiviranje banke pamćenja i potkrepljuju putove učenja. Prenosjenje znanja na primjenu u stvarnom životu i povezivanje s drugim stvarima, podupire se teorijsko znanje, a učenici mogu svrsishodno upotrijebiti i primijeniti naučeno. Učitelji takođe trebaju poticati redovito ponavljanje i evaluaciju, a putem njih i prilike za slavljenje učenja (Dryden i Vos, 2001.). Olakšavanje učenikovih aktivnosti učenja zahtijeva organizatorske sposobnosti kod njihovih učitelja budući da planiranje aktivnosti uopšteno zahtijeva isto toliko ili više vremena nego sama aktivnost. Aktivnosti mogu stvoriti golemu korist, ali samo ako učitelj stvarno odluči biti potpuno prisutan i budan tokom cijele aktivnosti (Jensen, 1995., 162).

Jedan od načina potsticanja aktivnog učenja je organiziranje saradničko učenja ili grupnog rada učenika. Saradničke aktivnosti omogućuju bolji uvid u tok aktivnosti učenja jer učenici posmatraju rad svojih kolega i zajednički slijede i raspravljaju o postupcima i strategijama (Kyriacou, 1998., 68-69). U tom procesu učenja osim vlastitim iskustvima učenik se koristi i spoznajama i znanjima okoline koja ga okružuje i na taj način uči od svakog člana skupine. Svaki učenik ima svoj dio zadatka do čijeg rješenja dolazi koristeći vlastitu aktivnost, a istodobno osluškujući ideje i rješenja ostalih upotpunjuje vlastite spoznaje. Mnogim učenicima je zabavnije učiti zajedno s drugima kroz aktivnost, atmosfera je opuštenija, a time se postiže fizičko i emocionalno stanje pogodno za učenje. Učenici vrlo često pokazuju strahove od neuspjeha, javnog nastupa ili čak od matematike kao predmeta. Upravo pogodna atmosfera stvorena skupnim radom omogućuje svladavanje strahova, jer se u skupini imaju na koga osloniti, a samim time lakše iznose svoje zaključke. Učenici stiču sposobnosti kritičkog razmišljanja i rješavanja problema. Za organizaciju aktivnog učenja matematike bitno je efektivno rješavati probleme, što znači postavljati pitanja, istraživati i otkrivati različite postupke rješavanja zadataka, demonstrirati sposobnosti i upornost na zadacima dok se ne nađe rješenje, razumijevati postojanja različitih načina rješavanja matematičkih zadataka, razmišljati o eventualnim različitim rješenjima zadataka i primjeni matematike u svakodnevnim situacijama. Uz to

ce of different ways of solving mathematical problems, to think about possible different solutions to tasks and application of mathematics in everyday situations. In addition, it is necessary to communicate mathematically, which means to use the terminology, numbers and mathematical symbols to explain certain situations, discuss how to come up with solutions to problems, to listen to other opinions about mathematics and maybe change their opinion, and to use vivid images to explain terms. Students must also learn to think mathematically, which means to think in a logical manner, to analyze and synthesize the steps in mathematical procedures, to be able to notice similarities and differences, to make decisions based on these differences and to think about the relationship between certain concepts.

Justifiable reason for the application of the principles of own activities in teaching is confirmed by this fact: we learn 10% of what we read, 20% of what we hear, 30% of what we see, 50% of what we see and hear, 70% of what we say, and 90% of what we say and do. (Dryden and Vos, 2001, 100)

## **RESEARCH METHODOLOGY**

The aim of this study was to determine the extent to which students and class teachers encourage and use their own activity in learning mathematics. It was also wanted to evaluate and find the causes of inactivity of students, all for the purpose of organizing the best possible active teaching of mathematics. In doing so, we assumed that own activity of students depend primarily on the work methods of their teachers, students' motivation and their inclination towards mathematics, types of mathematical tasks, and the organizational form of work. We also assumed that inactivity, *inter alia*, is caused by boredom, inadequacy of work methods, independence in work, fears of mathematics, public appearance and failure, or prejudice arising out of family upbringing.

The study was conducted in Primary school "Jovan Cvijic" in six classes from 2nd to 4th grade, which counts 129 students. The study included 8 teachers from 1st to 4th grade. Although the sample is not large, yearly results will give us useful guidance in thinking through the problem of active learning of initial mathematics teaching. From the survey, we have excluded the first-grade students because of the relatively short period spent in the school system.

Surveying of students was conducted through survey sheets composed of seven closed-type questions (a survey sheet is included in Work Enclosure). An interview was conducted with teachers in which they were asked to assess the activity of students in teaching mathematics and the causes of inactivity. Their replies were used for comparison with the answers of their students.

potrebno je i matematički komunicirati, što znači koristiti terminologiju, brojeve i matematičke simbole za objašnjavanje određenih situacija, razgovarati na koji način se dolazi do rješenja problema, slušati tuđa razmišljanja o matematici i možda promijeniti njihovo mišljenje, te koristiti zorne slike da se objasni pojmovi. Učenici takođe moraju naučiti matematički razmišljati, što znači razmišljati na logičan način, analizirati i sintetizirati korake u matematičkim postupcima, biti u stanju primijetiti sličnosti i razlike, donositi odluke na osnovu tih razlika i razmišljati o odnosima između određenih pojmova.

Opravdan razlog za primjenu načela vlastite aktivnosti u nastavi potvrđuje i ovaj podatak: mi naučimo 10% od onoga što čitamo, 20% od onoga što slušamo, 30% od onoga što vidimo, 50% od onoga što vidimo i čujemo, 70% od onoga što izgovorimo, a 90% od onoga što izgovorimo i učinimo. (Dryden i Vos, 2001., 100)

## METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA

Cilj ovog rada bio je odrediti u kolikoj mjeri učenici i učitelji razredne nastave potstiču i koriste vlastitu aktivnost u učenju matematike. Takođe se željelo procijeniti i pronaći uzroke neaktivnosti učenika, a sve u svrhu organiziranja što kvalitetnije aktivne nastave matematike. Pri tome smo pretpostavili da vlastita aktivnost učenika zavise prvenstveno o metodama rada njihovih učitelja, motivisanosti učenika i njihovoj naklonosti prema matematici, tipovima matematičkih zadataka, te organizacijskom obliku rada. Takođe smo pretpostavili da neaktivnost, između ostalog, uzrokuju dosada, neprimjerenost metoda rada, nesamostalnost u radu, strahovi od matematike, javnog nastupa i neuspjeha, ili predrasude proizašle iz porodičnog vaspitanja.

Istraživanje je provedeno u OŠ "Jovan Cvijić" u 6 razrednih odjeljenja od 2. do 4. razreda koja broje 129 učenika. U istraživanje je uključeno i 8 učiteljica od 1. do 4. razreda. Iako uzorak nije velik, godištuveni rezultati dat će nam korisne smjernice u promišljanju problema aktivnog učenja početne nastave matematike. Iz ispitivanja smo isključili učenike prvih razreda zbog relativno kratkog perioda provedenog u školskom sistema.

Ispitivanje učenika je provedeno anketnim listićem sastavljenim od sedam pitanja zatvorenog tipa (anketni listić nalazi se u Prilogu rada). S učiteljima je proveden razgovor u kojem su postavljana pitanja koja su tražila uglavnom da procijene aktivnost učenika u nastavi matematike i uzroke neaktivnosti. Njihovi odgovori su nam služili za uporedbu s odgovorima njihovih učenika.



## RESULTS AND DISCUSSION

The results of the survey will be presented and analyzed by grades, ie. per students' age, and at the same time the comparison of student responses with the responses of the teachers will be carried out.

The study included two other grades with a total of 41 students. Of them, 29 considered that teaching of mathematics in their class was interesting, five students that it is boring and seven that it is difficult. The majority of surveyees, 65.9%, independently solved problems in class, and 34.1% copied the solved task from the board. More than half of students (51.2%), responds to solve the task only when they are sure that they will solve it accurately, while there is an equal number of those who always respond and those students who would never respond to solve the task. From these responses, we have concluded that fear of failure is a common cause of inactivity in mathematics. According to assessment of two teachers of second grades, more than half of the class participates actively in teaching mathematics, and in their opinion, the main reasons for inactivity is fear of public speaking and failure. The results showed that most students do homework assignments independently, 39% with the help of parents, and (even) two students practice mathematics with instructions from a professional. It seems that more students use the principle of its own activities in the classroom, while at home more of them rely on the help of the elders. Teachers in mathematics mostly use the individual and frontal form of work, while group forms are almost completely neglected. The survey showed that the students would like to solve more tasks in classroom, and they think that their teacher should explain more the processed material. Probably due to incomplete explanation and lack of trained tasks, the students seek help from parents in solving homework. The majority of students (68.3%) from second classes declared that they prefer to solve numerical tasks ("number tasks"), which was confirmed by their teachers. They believe that children are the most active in solving numerical problems, and that they have most problems with word tasks.

The sample involved 43 third grade students in two classes, and their two teachers. Even 86.1% of students believe that mathematics taught in their class is interesting, 11.6% difficult, and only 2.3% boring. Although majority of students (81.4%) solves the set tasks using their own activity, some students are passive and wait for another student or teacher to solve the task, and they just copy it into their notebooks. And the students of third grade have a fear of public speaking and a fear of failure. This is obviously because 58.1% of the students respond to solve the task only when they are sure that they will offer the correct solution, and three students never respond in a class of mathematics. The survey found that students who independently solve problems in the

## REZULTATI I RASPRAVA

Rezultate ankete ćemo prikazati i analizirati po razredima, tj. po učeničkoj godištu, a paralelno će se provesti i usporedba učeničkih odgovora s odgovorima učiteljica.

U istraživanju su obuhvaćena dva druga razreda s ukupno 41 učenikom. Od toga njih 29 smatra da je nastava matematike u njihovom razredu zanimljiva, pet učenika da je dosadna, a sedmero da je teška. Većina ispitanika, njih 65,9%, samostalno rješava zadatke na času, a 34,1% prepisuje s table riješeni zadatak. Više od polovice učenika (51,2%) se javlja riješiti zadatak samo kada su sigurni da će tačno riješiti, dok je podjednak broj onih koji se uvijek javljaju i onih učenika koji se nikada ne javljaju riješiti zadatak. Iz ovih odgovora zaključili smo da je česti uzrok neaktivnosti u nastavi matematike strah od neuspjeha. Po procjeni dviju učiteljica drugih razreda, u nastavi matematike aktivno učestvovanje više od pola razreda, a prema njihovu mišljenju kao glavne razloge neaktivnosti navode strahove od javnog nastupa i neuspjeha. Rezultati su pokazali da najviše učenika rješava domaće radove samostalno, 39% uz pomoć roditelja, a (čak) dvoje učenika vježbaju matematiku uz instrukcije stručne osobe. Izgleda da više učenika koristi princip vlastite aktivnosti u nastavi, dok se kod kuće više oslanjaju na pomoć starijih. Učiteljice u matematici najviše koriste individualni i frontalni oblik rada, dok su grupni oblici gotovo u potpunosti zanemareni. Anketa je pokazala da bi učenici željeli na času rješavati više zadataka, a smatraju i da bi njihova učiteljica trebala više objašnjavati obrađeno gradivo. Vjerovatno zbog nepotpunih objašnjenja i premalo uvježbanih zadataka učenici traže pomoć roditelja kod rješavanja domaće zadaće. Većina učenika (68,3%) drugih razreda se izjašnjava da najradije rješavaju numeričke zadatke ("zadatke s brojevima"), što su potvrdile i njihove učiteljice. One smatraju da su djeca najaktivnija u rješavanju numeričkih zadataka, a da najviše problema imaju sa zadacima riječima.

U uzorku je sudjelovalo 43 učenika trećih razreda u dva razredna odjeljenja, kao i njihove dvije učiteljice. Čak 86,1% učenika smatra nastavu matematiku u svom razredu zanimljivom, 11,6% teškom, a samo 2,3% dosadnom. Iako većina učenika (81,4%) koristeći vlastitu aktivnost rješava postavljene zadatke, neki učenici su pasivni i čekaju da drugi učenik ili učiteljica riješi zadatak, a oni ga samo prepisuju u svoje sveske. I kod učenika trećih razreda se javlja strah od javnog nastupa i strah od neuspjeha. To je očito jer se 58,1% učenika javi riješiti zadatak samo kad su sigurni da će ponuditi tačno rješenje, a troje učenika se nikada ne javlja na času matematike. Anketa je pokazala da učenici koji samostalno rješavaju zadatke na nastavi, u vježbanju kod kuće manje traže pomoć roditelja. Učiteljice u organizaciji nastave matema-

classroom, seek less help from parents in the exercises at home. Teachers in the organization of teaching of mathematics use exclusively the individual and frontal form of work while the group forms are not used at all. Students believe that in class they should solve more tasks and would like to talk more. Although teachers estimate that students are most active in solving numerical problems, their students almost equally prefer numeric, geometric and word tasks. We were most surprised because they gave a small advantage to word tasks (37.21%).

In the fourth grade, 45 students in two classes were surveyed. Teachers of both classes have estimated that more than a half of students in each class actively participate in the teaching of mathematics. This was also confirmed by the survey conducted over the students, because as many as 37 students use their own activity in solving tasks. While 62.2% of students believe that the teaching of mathematics in their class is interesting, 22.2% think it is boring. Maybe the age is the reason for the fear decrease, and 42.2% of students respond by lifting their hand up, and 40% of them only when they are sure that they will offer the correct answer, while other students never respond. It has been shown that students who do not respond at all find mathematics difficult, and minor number of them even boring. Even 88.9% of students write homework assignments individually, while others seek the help of parents and paid instruction. Students showed most interest in the tasks of geometry and numerical tasks. We probably noticed high percentage of interest in geometric tasks (46.7%), because at the time of the survey we taught geometry. Teachers, however, feel that their students are most active in solving numerical problems.

In order that students are actively engaged in teaching, essential is the positive attitude about mathematics, which means that the students must experience mathematics as interesting, but not difficult or boring. The survey results showed that students mostly consider teaching of mathematics interesting and noticed was the regression of positive attitudes about mathematics in the fourth grades. Our experiences from classes show that teaching is mainly organized and carried out unimaginatively, the students are mostly passive, and used are mainly frontal and individual forms of work. That is why we are pleasantly surprised by the high percentage of responses on how interested is mathematics. Students' responses showed that students in the majority (76.7%) use their own activities in the teaching of mathematics. They themselves solve the tasks in their notebooks, and check the results on the board. Passive students wait for a teacher or another student to solve the task on the board, and they just copy it. Only one in 129 surveyees always does something else during the class of mathematics, because the tasks to be solved do not interest him. These findings suggest that the methods and forms of work that most teachers still use should be changed, such as frontal work, use of mono-

tike koriste isključivo individualni i frontalni oblik rada dok se grupni oblici uopće ne koriste. Učenici smatraju da bi na času trebali riješiti više zadataka i željeli bi više razgovarati. Iako učiteljice procjenjuju da su učenici najaktivniji u rješavanju numeričkih zadataka, njihovi učenici su se gotovo podjednako izjasnili za numeričke, geometrijske i zadatke riječima. Najviše nas je iznenadilo da su ipak malu prednost dali zadacima riječima (37,21%).

U četvrtim razredima anketirano je 45 učenika u dva razredna odjeljenja. Učiteljice oba razreda su procijenile da više od polovice učenika u svakom razredu aktivno sudjeluju u nastavi matematike. To je i potvrdila i anketa provedena nad učenicima jer njih čak 37 koristi vlastitu aktivnost pri rješavanju zadataka. Dok 62,2% učenika smatra da je nastava matematike u njihovom razredu zanimljiva, 22,2% ih smatra da je dosadna. Možda je baš uzrast razlog smanjivanja straha, pa se 42,2% učenika uvijek javlja podizanjem ruke na času, a njih 40% samo kada su sigurni da će ponuditi tačno rješenje, dok se ostali učenici nikada ne javljaju. Pokazalo se da učenici koji se nikako ne javljaju smatraju matematiku teškom, a manji broj njih i dosadnom. Čak 88,9% učenika samostalno pišu domaće radove, a ostali traže pomoć roditelja i plaćene instrukcije. Učenici su pokazali najviše interesa za zadatke iz geometrije i numeričke zadatke. Vjerovatno smo godištni visoki postotak zanimanja za geometrijske zadatke (46,7%) jer su u vrijeme provođenja ankete obrađivali geometrijsku cjelinu. Učiteljice ipak smatraju da su njihovi učenici najaktivniji u rješavanju numeričkih zadataka.

Da bi učenici aktivno sudjelovali u nastavi bitan je pozitivan stav o matematici, što znači da nastavu moraju doživjeti kao zanimljivu, a ne tešku ili dosadnu. Rezultati ankete su pokazali da učenici većinom smatraju nastavu matematike zanimljivom, a uočljiva je regresija pozitivnih stavova o matematici u četvrtim razredima. Naša iskustva iz razreda pokazuju da se nastava uglavnom organizirana i provodi neinventivno, učenici su uglavnom pasivni, a koriste se uglavnom frontalni i individualni oblici rada. Upravo stoga ugodno smo iznenađeni visokim postotkom odgovora o zanimljivosti nastave matematike. Učenički odgovori pokazali su i da učenici u većini (76,7%) koriste vlastitu aktivnost u nastavi matematike. Oni sami rješavaju zadatak u svoje sveske, a rezultat provjere na tabli. Pasivni učenici čekaju da učiteljica ili drugi učenik na tabli riješi zadatak, a oni ga samo prepisu. Samo jedan od 129 ispitanika uvijek radi nešto drugo na času matematike, jer ga zadaci koji se rješavaju uopće ne zanimaju. Ove spoznaje pokazuju da bi se trebale promijeniti metode i oblici rada koje većina učitelja još uvijek koristi, a to su frontalni rad, korištenje jednoličnih i nekreativnih tipova zadataka, nedovoljno motivisanje i slično. Samo 34,1% učenika se uvijek javlja podizanjem ruke na času matematike, dok se 16,3% učenika nikad ne javlja na času matematike. Zaključujemo da su to učenici koji su sa izjasnili da im

tonous and uncreative task types, insufficient motivation, and the like. Only 34.1% of students always respond by lifting the hands up in mathematics, while 16.3% of students never respond during the class of mathematics. We conclude that these are students who consider mathematics difficult or boring. They do not participate in teaching because they do not understand the material or they are bored, so they lose interest. Other students respond to solve the task only when they are confident in the accuracy of their own solutions, from which we come to a new problem - the fear of students. The fear of students can be justified, if, for example, a student is being laughed at by his colleagues or teachers because of incorrectly solved task. However, fear is often unfounded and evolving, and sometimes it is caused by prejudice by student's parents and the environment that mathematics is difficult. In these cases, students come to school with already formed negative attitude about mathematics. In order to mitigate these fears, the teacher should be familiar with their students and their capabilities, develop among them a friendly and cooperative relations, and develop freedom of opinion expression and encourage them to ask questions. Also, he needs to help parents to encourage their child correctly toward mathematical contents, for which purpose they can organize workshops in which parents and children together tackle math problems throughout the tasks and game.

Parents' help in solving mathematical problems is the least sought by students in the fourth grade, and the most sought in other grades. The cause is probably in the fact that, with increase in age, they become more independent, but at the same time mathematics becomes more difficult, so the number of those that take instructions is increasing. Often the parents have hostility toward mathematics and prejudice that mathematics is difficult, however, and this makes it difficult to develop positive attitudes towards mathematics in their children.

Teaching mathematics in grades covered by our survey is organized mainly by individual work in classes of repetition and training, and the frontal work form when processing new teaching units. With the application of individual work and frontal forms of work, it would be necessary to include in the teaching of mathematics the group and individualized forms of work to enable students favorable conditions for the use of the principles of their own activities. In the survey, the students declared that they would like to have more exercise (44.2%) that would like to see teacher explains the material more (24.8%), and they would like to talk more (21%). It is obvious that there is a desire among students for active teaching. Student's desire for conversation should certainly be used in the teaching of mathematics. Encouraging their activities enable to reduce the writing process that bothered students and encourage to discuss their findings and solutions. Almost half of the students (48.8%) prefer to solve

je matematika teška ili dosadna. Oni ne sudjeluju u nastavi jer ne razumiju gradivo ili im je previše dosadno pa gube interes. Ostali učenici se javljaju riješiti zadatak samo kada su sigurni u tačnost vlastitog rješenja, iz čega dolazimo do novog problema - strah učenika. Strah učenika može biti opravdan, ako npr. učenik od svojih kolega ili učitelja bude ismijavan zbog netačno riješenog zadatka. Međutim strah se često i neosnovano razvija, a ponekad ga uzrokuju predrasude učenikovih roditelja i okoline da je matematika preteška. U tim slučajevima učenici u školu dolaze sa već formiranim negativnim stavom o matematici. Da bi se ublažili ovi strahovi, učitelj mora dobro poznavati svoje učenike i njihove mogućnosti, razvijati među njima prijateljske i saradničke odnose, te razvijati slobodu iznošenja mišljenja i poticati ih na postavljanje pitanja. Takođe treba pomagati roditeljima da na ispravan način potiču svoje dijete prema matematičkim sadržajima, u svrhu čega se mogu organizirati i radionice u kojima će roditelji i djeca zajedno rješavati matematičke zadatke kroz igru.

Pomoć roditelja pri rješavanju matematičkih zadataka najmanje traže učenici u četvrtim razredima, a najviše u drugim. Uzrok je vjerovatno u činjenici da se porastom godina učenici postaju samostalniji, ali istodobno matematika postaje teža pa se počinje povećavati broj onih koji uzimaju instrukcije. Često je kod roditelja prisutna odbojnost prema matematici i predrasude da je matematika teška pa i to otežava razvijanje pozitivnih stavova prema matematici kod njihove djece.

Nastava matematike u razredima obuhvaćenim našim istraživanjem organizira se uglavnom individualnim oblikom rada na satovima ponavljanja i uvježbavanja, a frontalnim oblikom rada kod obrade novih nastavnih jedinica. Uz primjenu individualnog rada i frontalnog oblika rada nužno bi bilo uključiti u nastavu matematike grupne i individualizirane oblike rada da bi se učenicima omogućili pogodni uslovi za korištenje principa vlastite aktivnosti. Učenici se u anketi izjašnjavaju da bi na času matematike voljeli vježbati više zadataka (44,2%), da bi voljeli da učiteljica više objašnjava gradivo (24,8%), te da bi željeli više razgovarati (21%). Očito je da kod učenika postoji želja za aktivnu nastavu. Učeničku želju za razgovorom svakako treba iskoristiti u nastavi matematike. Podsticanje vlastite aktivnosti omogućuje da se smanji pisanje koje zamara učenike, a potiče razgovor o njihovim zaključcima i rješenjima. Gotovo polovica učenika (48,8%) najviše vole rješavati numeričke zadatke, a najviše problema imaju sa zadacima riječima. Upravo stoga učitelji bi trebali poticati rješavanje zadataka riječima, jer je za njihovo rješavanje potrebno koristiti misaonu i praktičnu aktivnost. Zadaci riječima razvijaju logičko mišljenje kod učenika i olakšavaju primjenu u svakodnevnom životu. Ako se u nastavi ne stvore povoljni uslovi učenja, učenici su pasivni bez obzira na njihove stvarne mogućnosti. Učitelj je faktor

numerical tasks, and have most problems with word tasks. That is why teachers should encourage word tasks problems solving, because for their solution we use thought and practical activity. Word tasks develop logical thinking in students and make it easier to use in everyday life. If teaching does not create favorable learning conditions, students are passive regardless of their actual capabilities. The teacher is a factor that directs the activity of their own students, but the causes of inactivity occur when the teacher sets always the same (boring) types of tasks, uses only frontal work, and carries monotonous and traditional approach to teaching mathematics. Listed here are only those causes that are observed by analyzing survey and observation of classes during the school visit.

## CONCLUSION

By performed analyzes, we determined that the students find the mathematics teaching in their classes mostly interesting, which is one of the most important prerequisites for active involvement in the work. Given that students' activity, except on themselves, depends on the manner how their teachers work, we were surprised by a high percentage of students' activities considering the traditional approach to teaching mathematics that is present in most grades. In all classes covered by our survey, dominate frontal and individual forms of work, while the group work forms are used very rarely, almost never. Students, despite the aforementioned lacks in the organization of teaching mathematics, mostly actively participate in the work.

Data that were used in the survey showed that the main causes of inactivity in mathematics are fears, mostly fear of failure (error), and fear of public speaking. To remove the fear of failure and fear of error, it is necessary to develop an atmosphere in which it is allowed to make mistakes, and we learn from mistakes. Insufficient motivation, besides fears, is the cause of non-deployment of pupils. In order that the teacher motivate their students, it is necessary to create the teaching diversely and to find out what kind of activity corresponds to particular student, taking into account their wishes and possibilities. Children learn best when they are helped to figure out themselves the principles which lie in the fundamental phenomena. Class in which students come to new insights are flexible, open to any discussion and conversation, a frontal form in such class is avoided. Mathematical content, if necessary, should be explained more than once and in different ways and not give up until the majority of students in a class everything is completely clear, as evidenced by the results of the survey. The teaching of mathematics needs to include logical - mathematical activity, which involves the use of a computer if possible, objects that need to be sorted, classifications, discussions, research, mathema-

koji usmjerava vlastitu aktivnost svojih učenika, pa se uzroci neaktivnosti javljaju kada učitelj zadaje uvijek iste (dosadne) tipove zadataka, koristi isključivo frontalni rad, te provodi monoton i tradicionalan pristup nastavi matematike. Ovdje su navedeni samo oni uzroci koji su primijećeni analizirajući anketu i promatranjem nastave za vrijeme posjete školi.

## ZAKLJUČAK

Izvršenim analizama smo utvrdili da je ispitanim učenicima nastava matematike u njihovim razredima uglavnom zanimljiva, što je jedan od najvažnijih preduvjeta za aktivno uključivanje u rad. S obzirom da aktivnost učenika osim o njima samima, zavise i o načinu rada njihova učitelja na času, iznenadio nas je visok postotak aktivnosti učenika s obzirom na tradicionalni pristup nastavi matematike koji je prisutan u većini razreda. U svim razredima obuhvaćenima našim istraživanjem dominiraju frontalni i individualni oblici rada, dok se grupni oblici rada vrlo rijetko, gotovo nikako ne koriste. Učenici unatoč spomenutim nedostacima u organizaciji nastave matematike, uglavnom aktivno sudjeluju u radu.

Podaci dobijeni anketom su pokazali da su glavni uzroci neaktivnosti u nastavi matematike strahovi, najčešće strah od neuspjeha (od pogreške) i strah od javnog nastupa. Da bi se uklonio strah od neuspjeha i strah od pogreške, potrebno je razvijati ozračje u kojemu je dozvoljeno griješiti, a iz pogreški se uči. Osim strahova, često se kao uzrok neaktiviranja učenika navodi i nedovoljna motivisanost. Da bi učitelj motivirao svoje učenike neophodno je nastavu kreirati raznoliko i dobro upoznati koje vrste aktivnosti odgovaraju pojedinim učenicima, poštujući pri tome njihove želje i mogućnosti. Djeca najbolje uče onda kada im se pomogne da sami otkriju načela koja leže u temeljnima pojava. Razred u kojemu učenici vlastitom aktivnošću dolaze do novih spoznaja su fleksibilni, otvoreni za svaku raspravu i razgovor, a frontalni oblik rada se u takvom razredu izbjegava. Matematičke sadržaje, ako je potrebno, treba objasniti više puta i na više načina i ne odustajati dok većini učenika u razredu sve ne bude potpuno jasno, što potvrđuju i rezultati provedene ankete. U nastavu matematike je potrebno uključivati logičko – matematičke aktivnosti, što uključuje upotrebu računala ukoliko je to moguće, predmete koje treba razvrstati, klasificiranje, rasprave, istraživanja, problemske zadatke, zagonetke, igre, analize informacija, aktivnosti grupiranja i izračunavanja. Da bi se u početnoj nastavi matematike primjereno koristilo načelo vlastite aktivnosti učenika, potrebno je odrediti koja su osnovna matematička znanja neophodna u svakodnevnom životu, pa upravo tim sadržajima posvetiti dovoljno pažnje i vremena u nastavi. S obzirom na uzrast učenika od prvog do četvrtog razreda svaku



tical problems, puzzles, games, information analysis, grouping activities and calculations. In order to use principle of own students' activities in initial teaching of students, it is necessary to determine which are the basic mathematical skills needed in everyday life, and to devote to such contents enough attention and time in the classroom. Given the age of the students from first to fourth grade, we can arrange each activity as a game through which students learn mathematics in an active and fun way.

The role of teachers in active learning is significantly changed, because he is no longer just a "teacher" of knowledge and the one that assesses student knowledge, but a mentor who will guide the students' learning and activity. By applying the principles of own activities in mathematics through the classroom, potential relations are created that last a lifetime. As we have seen from the results of the survey, the students want to solve math problems and be active in class. If we provide our students with quality and active tuition in this period of schooling, we can be sure that those in further education will like math and will apply knowledge in teaching mathematics successfully in everyday life.

## REFERENCES

1. Bognar, L., Matijević. M. (2002.): *Didaktika*, Školska knjiga, Zagreb
2. Dryden, G., Vos, J. (2001.): *Revolucija u učenju*, Educa, Zagreb
3. Jensen, E. (1995.): *Super – nastava*, Educa, Zagreb
4. Kyriacou, C. (2001.): *Temeljna nastavna umijeća*, Educa, Zagreb
5. Liebeck, P. (1995.): *Kako djeca uče matematiku*, Educa, Zagreb
6. Markovac, J. (2001.): *Metodika početne nastave matematike*, Školska knjiga, Zagreb
7. Pavletić, V. (1968.): *Pedagogija II*, Matica Hrvatska, Zagreb
8. Poljak, V. (1991.): *Didaktika*, Školska knjiga, Zagreb
9. Dejić, M. i Egerić, M. (2003): *Metodika nastave matematike. Jagodina: Učiteljski fakultet*
10. Egerić, M. (2000): *Praktikum metodike matematike razredne nastave. Jagodina: Učiteljski fakultet*
11. Kurepa, Đ. R. (1960): *Skupovi – što su i kakva im je uloga*. Zagreb: Školska knjiga
12. Kurepa, S. (1971): *Uvod u matematiku – skupovi, strukture, brojevi*. Zagreb: Tehnička knjiga
13. Lekić, Đ. (1991): *Metodika razredne nastave*. Beograd: Nova prosveta
14. Miličević, S. (2003): *Interaktivna nastava matematike. Banja Luka: Društvo pedagoga Republike Srpske*
15. Marjanović, M. (1996): *Metodika matematike, prvi i drugi deo*. Beograd: Učiteljski fakultet
16. Tošić, R. i Stojanović V. (2007): *Matematika za VI razred osnovne škole*. Istočno Sarajevo: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
17. Čekrlija, B. i Đaković, P. (2008): *Matematika za I razred osnovne škole*. Istočno

aktivnost možemo organizirati kao igru kroz koju će učenici matematiku učiti na aktivan i zabavan način.

Uloga učitelja kod aktivnog se učenja bitno mijenja, jer on više nije samo "predavač" znanja i onaj koji ocjenjuje učenikovo znanje, već mentor koji će usmjeravati učenikovo učenje i aktivnost. Primjenom principa vlastite aktivnosti u matematici kroz razdoblje razredne nastave, stvaraju se poticajni odnosi koji traju cijeli život. Kao što smo vidjeli iz rezultata provedene ankete, učenici žele rješavati matematičke zadatke i biti aktivni na nastavi. Ako omogućimo našim učenicima kvalitetnu i aktivnu nastavu u ovom razdoblju školovanja, možemo biti sigurni da će oni i u daljnjem školovanju voljeti matematiku i znanja iz nastave matematike primjenjivat će uspješno u svakodnevnom životu.

## LITERATURA

1. Bognar, L., Matijević, M. (2002.): *Didaktika*, Školska knjiga, Zagreb
2. Dryden, G., Vos, J. (2001.): *Revolucija u učenju*, Educa, Zagreb
3. Jensen, E. (1995.): *Super – nastava*, Educa, Zagreb
4. Kyriacou, C. (2001.): *Temeljna nastavna umijeća*, Educa, Zagreb
5. Liebeck, P. (1995.): *Kako djeca uče matematiku*, Educa, Zagreb
6. Markovac, J. (2001.): *Metodika početne nastave matematike*, Školska knjiga, Zagreb
7. Pavletić, V. (1968.): *Pedagogija II*, Matica Hrvatska, Zagreb
8. Poljak, V. (1991.): *Didaktika*, Školska knjiga, Zagreb
9. Dejić, M. i Egerić, M. (2003): *Metodika nastave matematike. Jagodina: Učiteljski fakultet*
10. Egerić, M. (2000): *Praktikum metodike matematike razredne nastave. Jagodina: Učiteljski fakultet*
11. Kurepa, Đ. R. (1960): *Skupovi – što su i kakva im je uloga*. Zagreb: Školska knjiga
12. Kurepa, S. (1971): *Uvod u matematiku – skupovi, strukture, brojevi*. Zagreb: Tehnička knjiga
13. Lekić, Đ. (1991): *Metodika razredne nastave*. Beograd: Nova prosveta
14. Miljević, S. (2003): *Interaktivna nastava matematike. Banja Luka*: Društvo pedagoga Republike Srpske
15. Marjanović, M. (1996): *Metodika matematike, prvi i drugi deo*. Beograd: Učiteljski fakultet
16. Tošić, R. i Stojanović V. (2007): *Matematika za VI razred osnovne škole*. Istočno Sarajevo: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
17. Čekrlija, B. i Đaković, P. (2008): *Matematika za I razred osnovne škole*. Istočno

**6. ENCLOSURE SURVEY SHEET FOR STUDENTS** Grade \_\_\_\_\_

(Circle one of the answers in the following questions)

1. Define the teaching of mathematics in your class
  - a) boring
  - b) interesting
  - c) difficult
  
2. While another student or teacher solves the task on the board,:
  - a) I am waiting for the task to be finished and then I copy it to my notebook.
  - b) I am solving it by myself into my notebook, and check the result on the board.
  - c) I am writing something else, because I am not interested in the task.
  
3. In the class of mathematics:
  - a) I always respond by lifting my hand up.
  - b) I never respond by lifting my hand up, and I solve the task on the board only if the teacher calls my name.
  - c) I come to the board to solve the task only when I am sure that I will solve it accurately.
  
4. The most often I practice mathematics and write homework:
  - a) by myself
  - b) with help of my parents
  - c) with help of someone else`s instruction
  
5. In the class of mathematics, I mostly solve the tasks:
  - a) by myself
  - b) in group or in pair
  - c) a teacher or a student solves on the board, others copy into notebooks
  
6. I would like in the class of mathematics:
  - a) more such classes
  - b) to solve more tasks
  - c) to talk more
  - d) that the teacher explains more
  
7. My favourite tasks are:
  - a) numerical tasks
  - b) geometry tasks
  - c) word tasks

**PRILOG ANKETNI LISTIĆ ZA UČENIKE**

Razred \_\_\_\_\_

(Zaokruži jedan od ponuđenih odgovora u sljedećim pitanjima)

1. Kakva je nastava matematika u tvom razredu?
  - a) dosadna
  - b) zanimljiva
  - c) teška
  
2. Dok drugi učenik ili učiteljica rješava zadatak na tabli:
  - a) čekam da se zadatak riješi pa ga prepisujem u svesku
  - b) sam rješavam u svesku, a svoj rezultat provjerim na tabli
  - c) pišem nešto drugo, jer me zadatak ne zanima
  
3. Na času matematike:
  - a) uvijek se javljam podizanjem ruke
  - b) nikad se ne javljam podizanjem ruke, a na tabli rješavam zadatak samo ako me učiteljica prozove
  - c) javim se riješiti zadatak samo kada sam siguran/sigurna da ću tačno riješiti
  
4. Matematiku najčešće vježbam i pišem domaće radove:
  - a) sam/sama
  - b) uz pomoć roditelja
  - c) uz pomoć poduke sa strane
  
5. Na času matematike uglavnom rješavam zadatke:
  - a) sam/sama
  - b) u grupi ili paru
  - c) učiteljica ili jedan učenik rješava pred pločom, ostali prepisuju u svoje sveske
  
6. Volio/voljela bih na času matematike:
  - a) više pičasova
  - b) rješavati više zadataka
  - c) više razgovarati
  - d) da učiteljica više objašnjava
  
7. Najdraže mi je rješavati:
  - a) zadatke s brojevima
  - b) zadatke iz geometrije
  - c) zadatke riječima