

Časopis za poslovnu teoriju i praksu
Rad primljen: 24.04.2025.
Rad odobren: 05.05.2025.

UDK 159.954/956-057.874:37.081.315.7
DOI 10.7251/POS2534031L
COBISS.RS-ID 142867969
Originalan naučni rad

Lolić Slađana, doktorand Filozofskog fakulteta Univerziteta u Banjaluci, Bosna i Hercegovina, lolics537@gmail.com

Stojančić Andela, Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu, Republika Srbija

Lukić Sanja, Walgreens Boots Alliance, London, Velika Britanija

EFEKTI PROBLEMSKOG UČENJA POČETNE NASTAVE MATEMATIKE

Rezime: *Novi modeli efikasnog učenja postižu se usvajanjem primjenjivih znanja koja maksimalno angažuju intelektualne sposobnosti učenika.*

Kada se govori o efektima učenja vrlo je bitno razumjeti da nije dovoljno samo ponuditi rješenja. U nastavi se stavlja akcenat na sticanje opštih i specifičnih znanja. Znanja se usvajaju na drugačiji način, što nije bio slučaj u obrazovanju u prethodnom periodu, odnosno učenici kritički pristupaju rješavanju matematičkih zadataka, što im omogućava da problem sagledaju, razmatraju, analiziraju koristeći kritičko kreativno mišljenje, promišljanje, rješavanje problema.

Ključne riječi: *efekti učenja, problemska nastava matematike, problemsko učenje.*

Jel klasifikacija: *M10, M12*

UVOD

Matematika nipošto nije suvoparna, dosadna i bez mašte, već naprotiv, poput plemenite djevojke uzvraća ljubav onome koji je razumije i voli.
Vladimir Devidè

Matematika je značajan segment kulture čovjeka, suština naučnotehnološkog razvoja, bogatstvo koje individua neograničeno može koristiti. Važna je za intelektualni razvoj djece, logičkog mišljenja, formiranje naučnog pogleda na svijet, orijentaciju u prostoru. Početna nastava matematike, pored svog opšteobrazovnog značaja, ima bitnu ulogu ne samo u usvajanju osnovnih matematičkih pojmova, činjenica i operacija, već i u uspostavljanju i razvoju sposobnosti učenika kao što su sposobnosti uočavanja, analize i rješavanja matematičkih problema, sposobnosti upoređivanja različitih ideja i stvaranje novih ideja, sposobnost logičkog rasuđivanja, sposobnost apstraktnog mišljenja, zaključivanja. Iz samog naslova proizilazi opredjeljenje za istraživanje u kojem je predstavljen problemski pristup učenju (problemsko učenje, rad na problemskim zadacima) sadržaja početne nastave matematike. Bitno je više razvijati matematičku i naučnu komunikaciju u samousmjeravajuće učenje, kogniciju, metakogniciju, motivaciju u razredu, više upotrebljavati matematička znanja u simuliranim razrednim situacijama koje trebaju da podsjećaju realnim životnim situacijama u kojima se upotrebljavaju matematičke kompetencije i razvijanje metakognitivne sposobnosti učenika, prilikom rezonovanja i rješavanja matematičkih problema i situacija. Ne smiju se zanemariti i efekti učenja početne nastave matematike koja se ogleda u podsticanju odgovornosti u radu,

kulture samostalnog rada, kritičnosti, preciznosti, urednosti, sistematičnosti, postupnosti. Svi navedeni aspekti početne nastave matematike predstavljaju osnovu za savladavanje matematičkih sadržaja i učenja.

1. EFEKTI UČENJA

Matematika je jednostavno način opisivanja odnosa između brojeva i drugih mjerljivih veličina. Ona može izražavati jednostavne jednačine, ali i interakcije među najsitnijim česticama i najudaljenijim objektima u poznatom svemiru. Matematika omogućava naučnicima da komuniciraju ideje koristeći univerzalno prihvaćenu terminologiju (Zakariya 2015). Efekti učenja se odnose na uspješnost ostvarivanja cilja i zadataka obrazovanja. Od brojnih faktora koji utiču na efikasnost obrazovnog procesa najvažnija su dva: priroda samog obrazovnog procesa i subjekt obrazovanja, odnosno učenje i njegova uloga i položaj u obrazovnom procesu. Obrazovni proces postaje efikasniji usvajanjem znanja na osnovu kritičkog mišljenja, promišljanja i rješavanje problema, koje maksimalno angažuje intelektualne sposobnosti učenika. Efikasnost obrazovnog procesa određuje se i time koliko su usvojena znanja postala trajno vlasništvo učenika i da li ih učenici mogu praktično primjeniti u novim životnim situacijama. Proces upravljanja vlastitim znanjem pomaže učenicima u rješavanju matematičkih problema (Boaler 1998).

Većina studija pokazuje pozitivan uticaj problemski zasnovanog učenja na učenje matematike. Pozitivan uticaj impliciran za obe posmatrane kategorije prema polu (Ajai i Imoko 2015). Međutim, učenici ženskog pola su duže zadržali znanje u odnosu na mušku populaciju učenika. Vaspitni efekti odnose se na rezultate i učinke postignute u procesu vaspitanja, tj. efekte u intelektualnom, moralnom, emocionalnom, radnom, fizičkom i estetskom vaspitanju ličnosti vaspitanika, kao i na njihovo ponašanje i djelovanje u ovom procesu. Efikasnost vaspitno-obrazovnog procesa znači stepen uspješnosti svake preduzete pedagoške mjere u procesu vaspitanja i obrazovanja. Kriterijumi za ocjenu efikasnosti mogu biti različiti: količina stečenih znanja, umjenja i navika, njihov kvalitet, intenzitet i odraz na pozitivnu izmjenu ponašanja vaspitanika. Ideja o obrazovanju kao prenošenju gotovih informacija i izgrađivanju određenih preciznosti je prevaziđena. Krajnji cilj je da učenik stiče znanje vlastitim naporima, jer vaspitno-obrazovni proces u školi treba da je okrenut stvaralačkom radu učenika uz pomoć učitelja. U ovom radu efekti se operacionalizuju kroz istraživački proces rješavanja problemskih situacija i zadataka.

2. PROBLEMSKA NASTAVA MATEMATIKE

Problemska nastava i sistem problemske nastave predstavljaju odgovor psihološke i pedagoške nauke u traganjima za efikasnijom nastavom, tj. nastavnim sistemom.

Učenje zasnovano na problemu opisuje proces učenja u kojem problemi pokreću učenje, odnosno učenje počinje problemom koji treba riješiti. Problem je postavljen na takav način da učenici treba da steknu nova znanja prije nego što uspiju da riješe problem. Na ovaj način učenici tumače problem, prikupljaju potrebne informacije, identifikuju moguća rješenja, procjenjuju opcije i zaključke.

Uvođenjem problemski zasnovanog učenja uloga nastavnika je da učenicima daju priliku da otkrivaju matematiku na istraživački način. U svakom slučaju, učenje matematike treba započeti uvođenjem problema koji su adekvatni realnoj situaciji učenika (kontekstualni problem).

Model učenja zasnovanog na problemu je efikasan metod učenja za suočavanje sa izazovima 21. vijeka. Učenici zajednički rade u grupama na rješavanju problema. Uloga nastavnika je u olakšavanju učenja na način davanja uputa ili postavljanja pitanja sa ciljem stimulacije učenika da kroz misaoni proces dođu do privremenog ili konačnog rješenja.

Problemsko učenje zahtijeva pored uzajamne interakcije učenik-učenik, učenik-nastavnik i veliku odgovornost za sopstveni rad, međusobnu komunikaciju, interakcijske odnose,

istraživanje, kritičko mišljenje, kreativnost, promišljanje uvažavajući svakog člana grupe i podržavanje njihovih ideja i zamisli.

Znanje da se riješi efikasan zadatak predstavlja najbolju karakteristiku u svijetu (Puji i Setiawan 2020, 297).

Odgovornost za cijeli proces učenja mora, takođe, dati i slobodu donošenja odluka potrebnih za izvršenje procesa (Tatic i Haracic i Haracic 2018, 32).

Uloga učenika se mijenja rješavanjem problemskih zadataka i situacija, on istražuje, postavlja pitanja, prikuplja nove dokaze, izražava svoje mišljenje koristeći argumente, uzima u obzir druge perspektive, razumije uzroke i posljedice, koristi nezavisno i samo-usmjereno promišljanje, odnosno dolazi do novih inovativnih ideja, donosi odluke zasnovane na dokazima, zaključuje, rješava problem. Kreativni učenik treba da razmišlja mudro, ali da istovremeno bude fleksibilan i otvoren za različite alternative. Ovakav pristup od učenika zahtijeva veće angažovanje, većim angažovanjem učenik na kreativan način dolazi do rješenja problema.

Model učenja zasnovan na rješavanju problema (*Problem Based Learning*) pogodan je za povećanje kreativnosti kod učenika, jer se tokom procesa učenja učenicima daju problemi povezani sa svakodnevnim životom, kako bi se podstaklo njihovo kreativno razmišljanje (Rizkia 2017), a može relevantno poboljšati učenička postignuća u matematici, a pored toga, može doprinijeti razvoju pozitivnog stava prema učenju matematike. Takođe, pomenuti model učenja je efikasniji od rješavanja problema za razvoj vještina kritičkog mišljenja kod učenika petog razreda u učenju matematike (Puji Ati i Setiawan 2020, 294).

3. METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA

Problem ovog istraživanja odnosi se na problemsko učenje u nastavi matematike. Predmet istraživanja fokusiran je na ispitivanje efekta primjene problemskog pristupa učenja u početnoj nastavi matematike.

Cilj istraživanja je utvrditi nivo vaspitno-obrazovnih postignuća učenika mlađeg školskog uzrasta koji su rezultat problemskog pristupa učenju u početnoj nastavi matematike.

Da bi se odgovorilo na tako postavljen cilj istraživanja, pristupilo se njegovoj konkretizaciji.

Zadaci istraživanja:

1) Provjeriti postignuća učenika mlađeg školskog uzrasta koji su u početnoj nastavi matematike ovladali sadržajima primjenom problemskog pristupa učenju u pogledu poznavanja osnovnih matematičkih pojmova u odnosu na tradicionalnu nastavu.

2) Utvrditi da li će učenici mlađeg školskog uzrasta, koji su u početnoj nastavi matematike, ovladati sadržajima primjenom problemskom pristupa učenju u pogledu logičkog mišljenja i postići statistički značajan nivo postignuća u odnosu na uobičajenu tradicionalnu nastavu.

Uzorak su činili učenici osam odjeljenja iz dvije osnovne škole sa područja grada Banja Luka (Osnovna škola „Ivo Andrić“ i Osnovna škola „Branko Ćopić“). U istraživanju su učestvovala po četiri odjeljenja iz navedenih škola. Po dva odjeljenja su činili eksperimentalnu i po dva odjeljenja kontrolnu grupu. Eksperimentalna i kontrolna grupa su posmatrane kao cjeline i u okviru njih je bilo po 95 učenika.

Učenicima obje grupe je najavljeno da će biti izvršena provjera znanja iz prethodnog razreda. Svakako da je postignuću učenika na provjeri doprinijelo ponavljanje gradiva iz prethodnog razreda.

U tabeli 1. su prikazani rezultati iz osnovnih matematičkih pojmova između kontrolne i eksperimentalne grupe. Test je obuhvatio 10 zadataka u kojima je sadržano:

- Poznavanje prirodnih brojeva,
- Zapisivanje brojeva koji su napisani tekstom,
- Pravila osnovnih računskih operacija (asocijativnost, komutativnost),
- Izračunavanje vrijednosti izraza u kojima se zahtijeva sabiranje, oduzimanje, množenje i dijeljenje,

- Rješavanje jednačina i nejednačina i određivanje skupova brojeva koja čine rješenja nejednačina,
- Poređenje mjernih jedinica,
- Crtanje osnovnih geometrijskih tijela i
- Vrste geometrijskih tijela (trouglovi, četvorouglovi).

Test poznavanja osnovnih matematičkih pojmova učenici kontrolne i eksperimentalne grupe rješavali su uz najavu čitav školski čas (45 minuta). Rješavanje testa je realizovano tako da su odjeljenski učitelji dežurali u drugom odjeljenju, čime smo nastojali eliminisati uticaj učitelja na mogućnost pomaganja učenicima prilikom rješavanja zadataka.

Tabela 1: Poznavanje osnovnih matematičkih pojmova u odnosu na grupu (autori)

| Grupa | N | M | SD | t - test | df | Sig. |
|-------|----|-------|------|----------|-----|-------|
| K | 95 | 25,13 | 8,48 | | | |
| E | 95 | 27,45 | 8,41 | -1,9 | 188 | 0,059 |

Na osnovu podataka prikazanih u tabeli uočava se da su učenici kontrolne grupe ostvarili aritmetričku sredinu $M = 25,13$, koja je manja od aritmetičke sredine kod učenika eksperimentalne grupe. Prema poređenju vrijednosti standardne devijacije za obje grupe uočavamo da se radi o približno istoj homogenosti grupa po znanju iz osnovnih matematičkih pojmova. Učenici eksperimentalne grupe su ostvarili prosječno veće rezultate, jer je utvrđena aritmetička sredina $M = 27,45$. Na osnovu vrijednosti $t = -1,9$, uz stepen sloboda $df = 188$ i stepen sigurnosti $Sig. = 0,059$ konstatuje se da između postignuća učenika kontrolne i eksperimentalne grupe ne postoji statistički značajna razlika u poznavanju osnovnih matematičkih pojmova. Test poznavanja osnovnih matematičkih pojmova je značajan, jer je poznavanje osnovnih matematičkih pojmova od izuzetnog značaja za nastavak realizacije sadržaja iz početne nastave matematike u petom razredu.

Pretpostavka je da su učenici eksperimentalne grupe ostvarili statistički veće rezultate u odnosu na kontrolnu grupu, međutim prema rezultatima, učenici eksperimentalne grupe nisu ostvarili statistički značajno veće rezultate. Razlog tome može biti način rada u kontrolnim grupama, jer nismo mogli uticati na sadržinu zadataka prilikom obrade novih sadržaja vježbanja i utvrđivanja usvojenih sadržaja. Ako se osvrne na stepen sigurnosti ($Sig.=0,059$) konstatuje se da statistički značajna razlika ne postoji zbog broja 9 koji je na mjestu hiljada iza decimalnog zareza, što navodi na zaključak o samoj granici nivoa statističke značajnosti 0,05.

Razlog za ovakve rezultate se može tražiti u specifičnosti nastavnih sadržaja matematike uopšte. Udžbenička literatura za nastavu matematike koncipirana je tako da u okviru svih tematskih cjelina postoje tekstualni i problemski zadaci. Stoga, postoji uticaj takvih zadataka na učenike kontrolne grupe.

Drugi postavljeni zadatak je da se utvrditi da li će učenici mlađeg školskog uzrasta, koji su u početnoj nastavi matematike, ovladati sadržajima primjenom problemskog pristupa učenju u pogledu logičkog mišljenja i postići statistički značajan nivo postignuća u odnosu na uobičajenu tradicionalnu nastavu. Ispitivanje znanja ovim testom, takođe se odnosilo na znanje kojeg su učenici mogli i trebali da usvoje u prethodnom razredu. Na prvim časovima iz matematike ponavljano je gradivo iz prethodnog razreda. Takođe, kao i kod prethodnog testa učenicima obje grupe je najavljeno da će biti izvršena provjera znanja iz prethodnog razreda koje se odnosi na matematičko logičko mišljenje.

U tabeli 2. su prikazani rezultati iz matematičkog logičkog mišljenja za učenike kontrolne i eksperimentalne grupe.

Tabela 2: Uspjeh na testu iz matematičkog logičkog mišljenja u odnosu na grupu (autori)

| Grupa | N | M | SD | t - test | df | Sig. |
|-------|----|-------|------|----------|-----|-------|
| K | 95 | 11,21 | 3,43 | | | |
| E | 95 | 11,57 | 2,66 | -0,80 | 188 | 0,423 |

Učenici eksperimentalne grupe ostvarili su nešto veći prosječan rezultat na testu iz matematičkog

logičkog mišljenja, jer je utvrđena aritmetička sredina $M = 11,57$ u odnosu na aritmetičku sredinu kontrolne grupe čiji su prosječni rezultati manji i iznose $M = 11,21$. Na osnovu standardne devijacije, koja je kod učenika eksperimentalne grupe manja ($SD = 2,66$), uočavamo da su njihova znanja homogenija, nego znanja učenika kontrolne grupe.

Uz utvrđene statističke pokazatelje ($t = -0,80$, $df = 188$ i $Sig. = 0,423$) konstatuje se da između postignuća učenika kontrolne i učenika eksperimentalne grupe ne postoji statistički značajna razlika.

Test matematičkog logičkog mišljenja je značajan, jer je osposobljenost za logičko mišljenje uopšte, posebno u matematici, od presudnog značaja za primjenu problemskog učenja, rješavanje problemskih i istraživačkih zadataka.

ZAKLJUČAK

Matematika je izuzetno značajan predmet, jer predstavlja osnovu za mnoge predmete u osnovnoj, srednjoj školi i kasnije u visokom obrazovanju. Stoga je sposobnost primjene matematičkih znanja od izuzetne pedagoške važnosti. Razvoju takvih sposobnosti znatno može doprinijeti kvalitetna početna nastava matematike.

Utvrđeni rezultati istraživanja pokazuju da je problemskim učenjem ostvaren pozitivan efekat i motivacioni uticaj na učenje sadržaja iz početne nastave matematike u petom razredu.

Primjena eksperimentalnog programa pokazuje da su učenici eksperimentalne grupe ostvarili veću aritmetičku sredinu na testu iz poznavanja osnovnih matematičkih pojmova. Na osnovu statističkih pokazatelja $t = -1,9$, uz stepen sloboda $df = 188$ i stepen sigurnosti $Sig. = 0,059$ konstatuje se da između postignuća učenika kontrolne i eksperimentalne grupe ne postoji statistički značajna razlika. Kada je u pitanju nivo znanja iz matematičkog logičkog mišljenja učenici eksperimentalne grupe ostvarili su neznatno veću aritmetičku sredinu. Prema statističkim pokazateljima ($t = -0,80$, $df = 188$ i $Sig. = 0,423$) zaključuje se da između postignuća učenika kontrolne i učenika eksperimentalne grupe ne postoji statistički značajna razlika.

Efekti uticaja problemskog učenja u nastavi matematike zahtijevaju veću misaonu angažovanost učenika i veću motivisanost. U ovom istraživanju je to bio problemski pristup u učenju početne nastave matematike te rješavanju problemskih i istraživačkih zadataka.

Rezultati istraživanja imaju veliku vrijednost i mogu poslužiti različitim subjektima za kreiranje novih pristupa nastavnoj praksi ne samo početne nastave matematike.

LITERATURA

1. Ajai, John, and Imoko, Benjamin. 2015. "Gender differences in mathematics achievement and retention scores: A case of problem based learning method". *International Journal of Research in Education and Science* 1(1):45- 50.
2. Boaler, Jo. 1998. "Open and Closed Mathematics Approaches: Student Experiences and Understandings". *Journal for Research in Mathematics Education* 29 (1): 41-62. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.29.1.0041>
3. Tatic, Kasim, Mahir Haracic, and Merima Haracic. 2018. "The Improvement of Business Efficiency Through Business Process Management." *Journal of Economics and Business* 16(1): 31-43.
4. Puji Ati, Tri, and Setiawan Yohana. 2020. "Efektivitas problem based larning problem solving". *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika* 4(1): 294-303. <https://doi.org/10.31004/cendekia.v4i1.209>
5. Rizkia, Sofri. 2017. "The influence of ethnomathematics - contained problem based learning model and mathematical disposition skill toward mathematical representation". *Mathematics Education Journal* 1(2): 8-17.
6. Zakariya, Yusuf. 2015. Investigation into the Causes of Poor Academic Performance in Mathematics among Nigerian Undergraduate Students. *World Journal of Social Sciences and Humanitie* 1(1): 1–5.